Rayonnement dipolaire électrique

1 Modèle du dipôle électrique oscillant.

1.1 Introduction

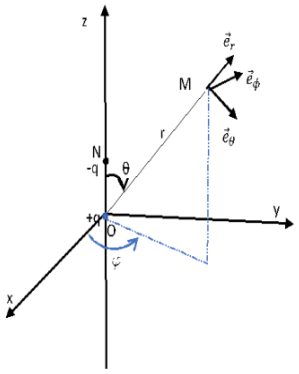
Dans les chapitres précédents on a introduit la notion de l'onde plane comme une solution de l'équation de D'Alembert à une dimenssion, en effet l'amplitude d'une telle onde est plane càd que le champ életromagnétique dans un plan d'onde est uniforme ce qui n'est pas réalisable car son énergie diverge.
Dans ce chapitre, on s'interesse à une source qui permet de produire dans l'espace une onde EM plane et sous quelles conditions ?

1.2 Dipôle électrique oscillant

Considérons un système constitué d'une charge +q immobile au point O et une charge -q en mouvement suivant l'axe vertical Oz entre les deux points de côtes $z = -a$ et $z = +a$, le mouvement de la charge -q est supposée sinusoidale et on pose $z(t) = ON = acos(\omega t)$.

Ce système est un dipole életrique de moment dipolaire $\vec{p} = -qacos\omega t\vec{e_z}$, soit en notation des complexes $\underline{\vec{p}} = p_0 e^{j\omega t}\vec{e_z}$. avec $p_0 = -qa$

On peut donc parler de courant $i(t) = \dfrac{q(t)}{dt}$ avec $q(t) = q_0 cos(\omega t)$



Ce système est un dipole életrique de moment dipolaire $\vec{p} = -qacos\omega t\vec{e_z}$, soit en notation des complexes $\underline{\vec{p}} = p_0 e^{j\omega t}\vec{e_z}$. avec $p_0 = -qa$

On peut donc parler de courant $i(t) = \dfrac{q(t)}{dt}$ avec $q(t) = q_0 cos(\omega t)$
L'objectif est déterminer le champ électromagnètique, en un point M, produit par ce dipole dans le vide.

1.3 Hypothèses d'étude

Les approximations utilisées sont :
1- **Approximation dipolaire** : elle consiste à considérer le point M trés loin du dipole. càd $r >> a$.
2- Le point M est dans **la zone dite de rayonnement** càd on tient compte du terme de propagation $r >> \lambda$.
Exemples : Dans le cas de la lumière $\lambda \approx 0.4 - 0.8m$ donc à des distances de l'ordre de qcq cm on est dans la zone de rayonnement.

De même pour les ondes radios FM, $\lambda \approx 3m$ donc à des distances de l'ordre de qcq centaines de m on est dans la zone de rayonnement.
La **zone statique** est définit par $r << \lambda$.
3- **l'étude est faite dans le cadre non relativiste** (classique) càd la vitesse de la charge est très faible par rapport à la célérité de la lumière. En effet

$$v = \dot{z} = -a\omega sin\omega t \ \ donc\, a\omega << c \Longleftrightarrow a\frac{2\pi}{T} << c \ \ \Longleftrightarrow \ \ 2\pi a << \lambda \Longleftrightarrow a << \lambda$$

c'est donc l'ARQS pour le mouvement de la charge dans la tige.
Ce sont les coordonnées sphèriques qui sont adaptées pour cette étude.

2 Champ électromagnétique rayonné par un dipôle oscillant dans la zone de rayonnement.

2.1 Expression de $\vec{E}$ et de $\vec{B}$ dans la zone de rayonnement

On montre que le champs électromagnétique au point M s'écrit sous la forme :

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{p_0 k^2}{r} sin\theta \ cos(\omega t - kr)\vec{e_\theta}$$

$$= -\frac{\mu_0 c}{4\pi}\frac{p_0 k^2}{r} sin\theta \ cos(\omega t - kr)\vec{e_\phi}$$

Par des considérations de symétrie de la distribution préciser laquelle est l'expression de $\vec{E}(M,t)$ et celle de $\vec{B}(M,t)$?

Interprèter ces expressions :

Que deviennent ces expressions dans la zône statique ?

2.2 Structure de l'onde plane

En un point M très loins du dipôle, montrer que **localement** l'amplitude du champ électromagnétiques peut être considérer comme constante et que l'onde se propage selon les r croissant et polarisée selon quelle direction ?
Verifier la structure de l'onde plane :

3 Puissance électromagnétique rayonnée par le dipôle ; Indicatrice de rayonnement.

3.1 Vecteur de Poynting

Déterminer l'expression du vecteur de Poynting :

Montrer que la moyenne de l'amplitude de $\vec{\Pi}$ flux surfacique moyen d'énergie est :

$$< \Pi >= \frac{\mu_0}{32\pi^2 c}\frac{\omega^4 p_0^2 sin^2\theta}{r^2}$$

Interprétation :

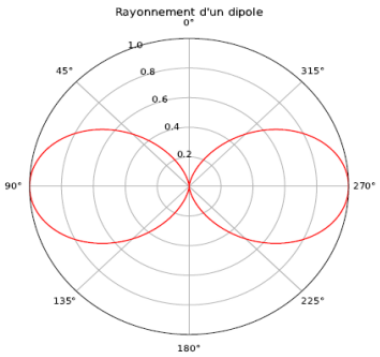
3.2 Puissance rayonnée par le dipole

Montrer que le flux vecteur de Poynting à travers une sphère de rayon r est donnée par ;

$$P_{ray} = \frac{\mu_0 p_0^2}{12.\pi.c}\omega^4$$

Pourqoui P_{ray} est indépendante de r ?
Justifier que les hautes fréquences sont mieux rayonnées que les basses fréquences.

Remarque :
Cette formule en $\frac{1}{\lambda^4}$ joue un rôle très important dans le processus de diffusion de la lumière par de petites particules. La lumière incidente engendre des mouvements électroniques dans ces particules (molécules d'air par exemple) qui rayonne à leur tour de l'énergie. Cette diffusion de la lumière incidente suit la loi en $\frac{1}{\lambda^4}$ et donc plus importante vers les courtes longueurs d'onde : **le ciel est bleu** et le soleil couchant donne une lumière rouge.
Diagramme de rayonnement :
La puissance surfacique rayonnée dépend localement de l'angle θ. Elle est maximale dans le plan équatorial et s'annule dans l'axe du dipôle. Pour représenter graphiquement cette dépendance angulaire, on trace la courbe suivante en coordonnées polaires :



3.3 Rayonnement d'accélération ; Formule de Larmor

Déterminer l'expression de l'accélération $a = \ddot{z}$, et l'accélération quadratique moyenne, en déduire P_{ray} en fonction de $< a^2 >$.

4 Diffusion d'une onde électromagnétique par une molécule

4.1 Modèle de l'électron élastiquement lié

Etudions le mouvement d'un électron de position N , de masse m de charge q ,lié au noyau. L'électron subit l'action des forces suivantes :
- à une force de rappel (de type ressort) de la part du noyau :
$\vec{F}_{rap} = -k\ \vec{ON} = -m\omega_0^2\vec{ON} = -m\omega_0^2\vec{r}$
- l'électron est soumis à une force de type frottement visqueux (lors de son déplacement, l'électron rayonne une énergie électromagnétique prélevée sur son énergie mécanique) :
$\vec{F}_{visq} = -h\vec{v} = -m\frac{\omega_0}{Q}\dot{\vec{ON}} = -m\frac{\omega_0}{Q}\dot{\vec{r}}$ avec Q facteur de qualité.
la force magnétique est négligeable devant la force électrique. Appliquons la deuxième loi de Newton :

$$m\ddot{\vec{r}} = q\vec{E} + \vec{F_{rap}} + \vec{F_{visq}}$$
$$m\ddot{\vec{r}} + m\frac{\omega_0}{Q}\dot{\vec{r}} + m\omega_0^2\vec{r} = q\vec{E}$$

Enfin nous supposerons le champ électrique incident uniforme à l'échelle de l'atome ($\lambda \approx \mu m >> a \approx 0.1nm$) $\vec{E} = \vec{E}_0 cos\omega t$.
En notation des complexes, $\underline{\vec{E}} = \vec{E}_0 e^{j\omega t}$ et $\underline{\vec{r}} = \underline{\vec{r}}_0 e^{j\omega t}$ on obtient :

$$\underline{\vec{r}}_0 = \frac{\frac{q}{m\omega_0^2}}{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2 + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}\vec{E}_0$$

4.2 Puissance diffusée