

TD : Mécanique du point

Exercice : 1 *Etude d'un mouvement spiral*

Un point M décrit une courbe plane d'équation polaire : $r = a \exp(-t/\tau)$ et $\theta = \omega t$, τ et ω sont des constantes positives. La figure 1 représente la trajectoire du point M.

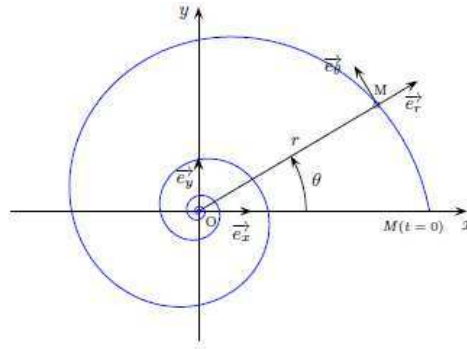


FIGURE 1 –

1. Quelle est la dimension de a et de τ .
2. Calculer la vitesse et l'accélération du point M en coordonnées polaires.
3. Calculer l'angle $\alpha = (\vec{OM}; \hat{v}(\vec{M}/R))$ Commentaire.

Exercice : 2 *Ressort sur un plan incliné*

Soit un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 dont les extrémités sont reliées à un point fixe O d'un plan incliné d'angle α et à un point matériel M de masse m . On pose $OM = x$ et on néglige tous les frottements. A partir de sa position d'équilibre, M est déplacé de a et lâché sans vitesse initiale. Donner l'expression de x à tout instant.

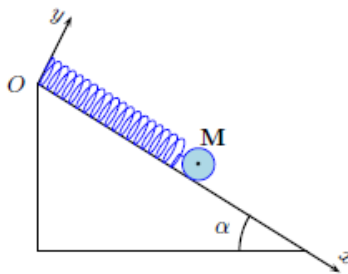


FIGURE 2 –

Exercice : 3 *Décollement sur une demi-sphère*

Une masse ponctuelle M est située sur un dôme sphérique de rayon a . Elle démarre du sommet avec une vitesse quasi-nulle et glisse sans actions motrices ou de freinage.

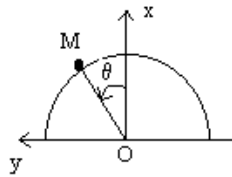


FIGURE 3 – Décollement d'un point matériel

1. Appliquer la relation de la dynamique à la masse ponctuelle, en déduire l'équation différentielle du mouvement ?
2. Déterminer l'expression de la normale de la réaction qu'exerce le dôme sur la masse, À quel endroit la masse quitte t'elle le dôme ?
3. Retrouver l'équation différentielle du mouvement par une étude énergétique .

Exercice : 4 Positions d'équilibres d'un pendule simple

Un pendule simple (m, l) a son extrémité M liée à deux ressorts maintenus horizontaux par des liaisons coulissantes parfaites en A et B. Les ressorts sont identiques de raideur k , de longueur à vide l_0 .

On pose $\omega_0^2 = \frac{g}{l}$ et $\omega_1^2 = \frac{2k}{m}$

1. Déterminer les positions d'équilibre, et étudier leur stabilité.
2. Donner la pulsation des petits mouvements par rapport à la position d'équilibre stable pour $\omega_0 \neq \omega_1$.

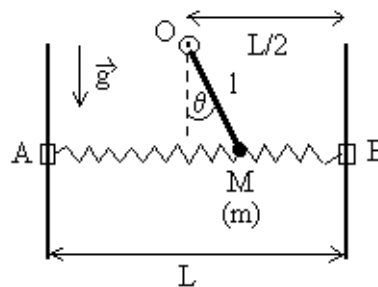


FIGURE 4 –

Exercice : 5 Lancé d'un point matériel

Un point matériel de masse m est lancé verticalement vers le haut avec une vitesse v_0 ; la résistance de l'air est de la forme $\vec{F} = -Kv\vec{v}$, K est une constante.

1. Quel est le temps mis pour atteindre l'altitude maximale z_{max} ? Donner l'expression de cette altitude maximale.
2. Quelle est l'expression de la vitesse v_1 du point lorsqu'il repasse dans le plan $z = 0$?

Exercice : 6 Régime transitoire d'un oscillateur mécanique

Une masse m est reliée à deux ressorts identiques placés verticalement. Les extrémités des ressorts sont distants de $2a$. Chaque ressort non tendu a une longueur $l_0 < a$, sa raideur est k .

1. Calculer, à l'équilibre, les longueurs l_1 et l_2 des ressorts. Montrer que, si $mg \ll 2ka$, on peut prendre $l_1 = l_2$.
2. Dans cette hypothèse, la masse m peut se déplacer horizontalement de x à partir de sa position d'équilibre. Etablir l'équation du mouvement. Résoudre cette équation en supposant $x \ll a$. Trouver une intégrale première du mouvement et une constante du mouvement.