

TD : Diffraction

Exercice : 1 Apodisation

La transmittance d'une plaque photographique vaut :

$$t(x, y) = 1 - 2\frac{|x|}{a} \quad \text{pour } -\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2} \text{ et } -L < y < L, \text{ et } t(x, y) = 0 \text{ ailleurs.}$$

On prendra $L \gg a$. On éclaire cette plaque sous incidence normale par une onde plane progressive monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 500nm$. On observe la figure de diffraction à l'infini, au moyen d'un système optique auxiliaire de focale $f = 1m$

1. Proposer, sur un schéma, le montage nécessaire à l'éclairement de la pupille et à l'observation de la figure de diffraction. Peut-on utiliser une source allongée ? Dans quel sens ?
2. Exprimer l'intensité lumineuse de la figure de diffraction dans les directions du plan xOz faisant un angle θ faible avec la direction de l'onde incidente.
3. La largeur à mi-hauteur de la figure de diffraction dans le plan d'observation est 0,2 mm. En déduire la valeur de a . Comparer au cas d'une fente rectangulaire ordinaire, de même largeur. Commenter.
4. On remplace la pupille précédente par une autre, de transmittance $t(x, y) = \cos^2(\pi \frac{x}{a})$ pour $-\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2}$ et $-L < y < L$, et $t(x, y) = 0$ ailleurs. Reprendre les mêmes questions que ci-dessus.

Exercice : 2 Diffraction par une fente rectangulaire

Un système optique, composé de deux lentilles minces convergentes identiques L_1 et L_2 , est éclairée par un faisceau de lumière monochromatique provenant d'un point source A_0 placé au foyer objet de L_1 . On place entre les deux lentilles, 'à mi-distance, un écran opaque D percée d'une fente rectangulaire de largeur a et de longueur $b \gg a$. L'ensemble du dispositif est représenté sur la figure 1.

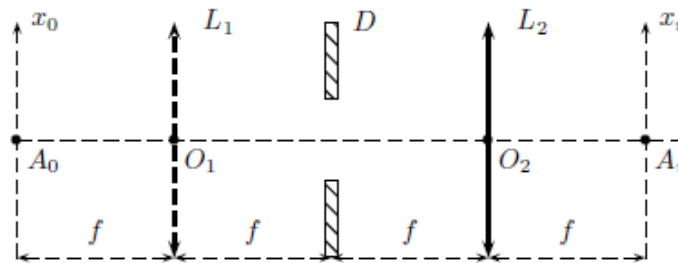


FIGURE 1 –

1. Calculer l'éclairement diffracté et décrire le phénomène observé sur l'écran situé dans le plan P_i . On donne $\lambda = 0,5\mu m$, $a = 0,05mm$ et $f = 1m$.
2. Que se passe-t-il si on fait subir à la fente diffractante :
 - . une translation suivant la direction x ?
 - . une rotation dans son propre plan ?
 - . une dilatation ?

3. La fente étant placée comme l'indique la figure, que se passe-t-il lorsqu'on fait subir à la source A_0 un petit déplacement suivant l'axe des x_0 ?
4. Que pensez-vous de l'influence de la distance entre les lentilles L_1 et L_2 et la fente ?

Exercice : 3 *Diffraction par un miroir*

I. Diffraction par un miroir

La figure 2 précise les caractéristiques géométriques d'un miroir rectangulaire plan de centre A. Sa longueur L est suffisamment élevée et il n'est pas nécessaire de tenir compte de la diffraction dans la direction correspondante. Le miroir est éclairé sous l'incidence i positive dans le plan XY par un faisceau de lumière parallèle, et on s'intéresse à la figure de diffraction à l'infini dans la direction de l'angle i' négatif.

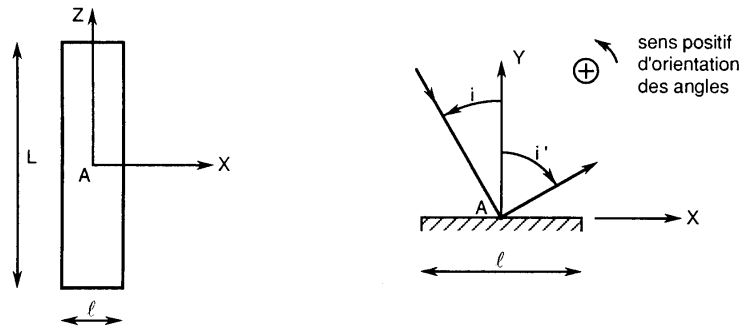


FIGURE 2 –

1. En lumière monochromatique de longueur d'onde λ dans le vide, calculer l'intensité I diffractée en fonction de l , i , i' et λ en notant I_0 l'intensité maximale.
2. On rappelle figure 3 les caractéristiques de la fonction $\left(\frac{\sin(\Phi)}{\Phi}\right)^2$. Que peut-on dire de la direction i' correspondant au maximum d'intensité diffractée ? Calculer l'intensité des deux premiers maxima secondaires.

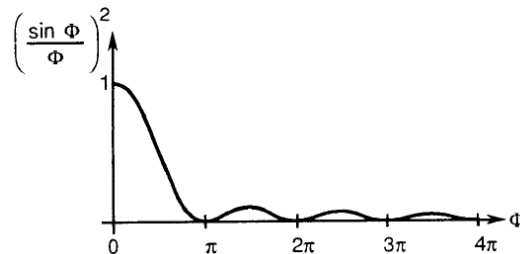


FIGURE 3 –

3. On réalise le montage de la figure 4. L est la source lumineuse placée contre un obstacle opaque percé d'un petit trou circulaire S . L_1 et L_2 sont deux lentilles convergentes, perpendiculaires entre elles. S est au foyer objet de L , et un écran plan xOz est situé dans le plan focal image de L_2 . Une lame S semi-transparente,

semiréfléchissante, est placée à 45° de L_1 et L_2 . Éclairée par un faisceau de lumière, elle donne naissance à la fois à un faisceau réfléchi et à un faisceau transmis. Le miroir diffractant étudié en 1- et 2- est parallèle à la lentille L_2 de focale f .

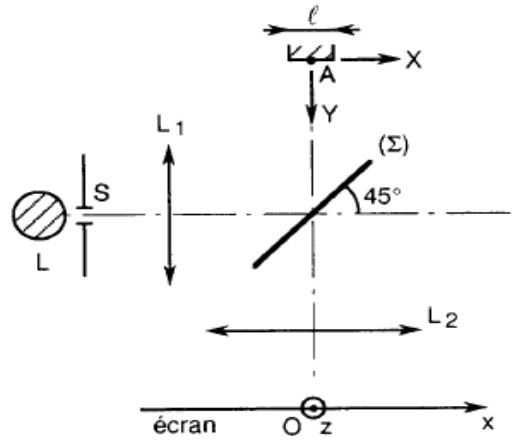


FIGURE 4 –

- Décrire avec précision et en trois lignes au maximum ce qu'on voit sur l'écran. Faire un schéma.
- Quelles sont les modifications apportées sur l'écran par une translation de la distance d du miroir selon l'axe AX ? (La distance d reste évidemment assez faible pour que le miroir soit toujours éclairé compte tenu des dimensions de L_1 et S).
- Même question pour une rotation d'angle θ du miroir autour de l'axe AY. Faire un schéma.

II. Réseau plan par réflexion :

Un réseau est constitué par N miroirs identiques à celui étudié en I ; ces miroirs sont parallèles, coplanaires et régulièrement espacés de la distance a comme l'indique la figure 5 . Il est éclairé sous l'incidence i positive dans le plan XY par un faisceau de lumière parallèle monochromatique de longueur d'onde λ dans le vide.

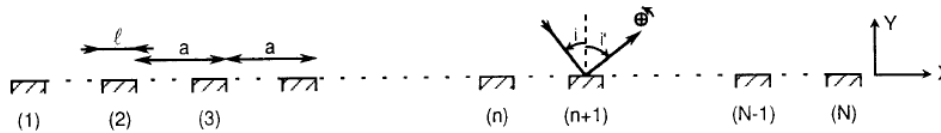


FIGURE 5 –

- Montrer, en le justifiant soigneusement, que l'amplitude de l'onde lumineuse diffractée à l'infini par le réseau dans la direction i' est proportionnelle à :

$$\left[\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \exp(j \frac{2\pi}{\lambda} (sini + sini')x) dx \right] \left[\sum_{n=1}^N (\exp(j \frac{2\pi}{\lambda} (sini + sini')(N-1)a)) \right]$$

2. En déduire que l'intensité peut se mettre sous la forme d'un produit d'une fonction de la variable $\Phi = \frac{\pi l}{\lambda}(\sin i + \sin i')$ et d'une fonction de la variable $\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi a}{\lambda}(\sin i + \sin i')$. Déterminer ces deux fonctions et interpréter qualitativement I.
3. La figure 6 rappelle les caractéristiques de la fonction $f(\varphi) = \left(\frac{\sin(\frac{N\varphi}{2})}{N\sin(\frac{\varphi}{2})}\right)^2$

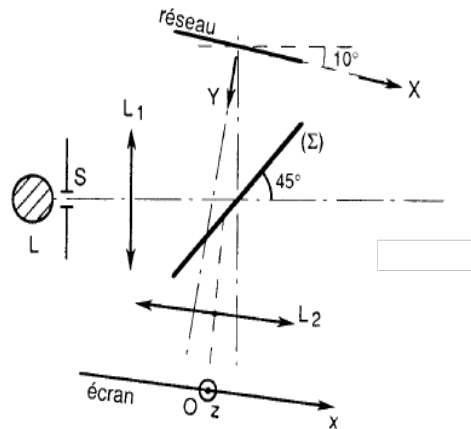


FIGURE 6 –

La hauteur des maxima secondaires est très faible (moins de 5 %) et ceux ci ne sont pas visibles (les plus importants sont trop proches des maxima principaux car N est grand). On appelle ordre le nombre entier p caractérisant un maximum principal tel que $\varphi = 2p\pi$.

- (a) On donne $a = 2\mu\text{m}$; $i = 10^\circ$ et $\lambda = 643,8\text{nm}$. Quels sont les ordres théoriquement possibles ?
 - (b) On suppose que N est très grand et que $a = 2l$. Dessiner le graphe I fonction de Φ en tenant compte du résultat de la question 3-a-. Que constate-t-on ?
1. On réalise le montage de la figure 7, qui reprend en partie celui de la figure 4. S est ici une fente très fine percée dans un écran opaque, placée de telle sorte qu'elle soit parallèle aux miroirs du réseau. L'ensemble lentille L2, écran Oxz confondu avec le plan focal image de L2 est placé de telle sorte que l'ordre + 1 se situe sur l'axe Oz. Déterminer sur l'écran la position de l'ordre 0 en supposant que la distance focale de L2 vaut 50 cm.

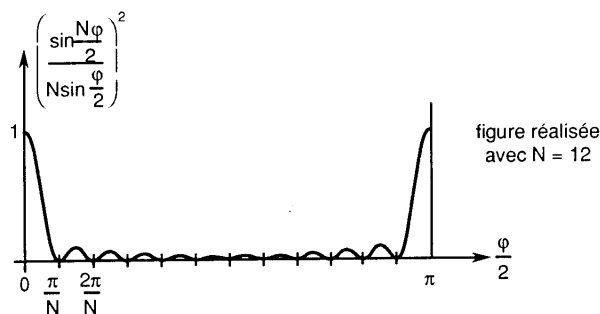


FIGURE 7 –

2. On utilise une lampe à vapeur de cadmium qui émet une radiation rouge $\lambda_l = 643,8 \text{ nm}$. Soumise à un champ magnétique de 1 Tesla, la lampe émet trois radiations de longueurs d'onde λ_l , $\lambda_l + \Delta\lambda$ et $\lambda_l - \Delta\lambda$ avec $\Delta\lambda = 1,93 \cdot 10^{-2} \text{ nm}$ (c'est l'effet Zeeman).
- (a) Calculer, pour l'ordre p , la variation $\Delta i'$ de l'angle i' qui résulte de la variation $\Delta\lambda$ de la longueur d'onde.
 - (b) Le nombre N de miroirs du réseau étant fini, chaque ordre est caractérisé par une largeur $\frac{2p}{N}$ pour la variable $\frac{\varphi}{2}$ (voir figure 6). En déduire la largeur $\Delta i'$ correspondante pour la variable i' .
 - (c) On admet que deux longueurs d'onde sont séparées si leurs maxima sont distants (en variable i') de plus de leur demi largeur. En déduire la valeur maximale R que doit prendre le rapport $\frac{\lambda_l}{\Delta\lambda}$ pour que deux radiations soient séparées. R s'appelle le pouvoir de résolution du réseau. Avec $N = 20\,000$, les trois radiations de la lampe sont-elles séparées dans l'ordre 1? Quelle est l'intensité correspondant à cet ordre 1?
 - (d) Pour un réseau déterminé (a , l , N fixés), que peut-on faire pour augmenter R ? Quel est l'inconvénient qui en résulte?