

Corrigé – TD2 : Électronique

Exercice 1 – Filtre de Wien

On donne :

$$R = 50 \text{ k}\Omega, \quad C = 3,2 \text{ nF}.$$

1. Nature du filtre

À basse fréquence :

$$\omega \rightarrow 0,$$

le condensateur série se comporte comme un circuit ouvert. Ainsi :

$$V_s \rightarrow 0.$$

À haute fréquence :

$$\omega \rightarrow +\infty,$$

le condensateur placé en parallèle se comporte comme un court-circuit :

$$V_s \rightarrow 0.$$

Le circuit transmet donc les fréquences intermédiaires :

Le filtre de Wien est un filtre passe-bande.

2. Fonction de transfert

L'impédance de la branche série vaut :

$$Z_1 = R + \frac{1}{jC\omega}.$$

L'impédance de la branche parallèle vaut :

$$Z_2 = R \parallel \frac{1}{jC\omega} = \frac{R}{1 + jRC\omega}.$$

Le montage constitue un diviseur de tension :

$$H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}.$$

Après simplification :

$$H(j\omega) = \frac{jRC\omega}{1 + 3jRC\omega - (RC\omega)^2}$$

ou encore :

$$H(j\omega) = \frac{1}{3 + j \left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega} \right)}.$$

Le module vaut :

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{9 + \left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega} \right)^2}}.$$

Le maximum est obtenu pour :

$$RC\omega_0 = 1.$$

Donc :

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}.$$

À cette pulsation :

$$|H(j\omega_0)| = \frac{1}{3}.$$

Numériquement :

$$RC = 50 \times 10^3 \times 3,2 \times 10^{-9} = 1,6 \times 10^{-4} \text{ s}.$$

Ainsi :

$$\omega_0 = 6250 \text{ rad s}^{-1}$$

et :

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \simeq 995 \text{ Hz}.$$

3. Fréquences de coupure et facteur de qualité

Aux fréquences de coupure :

$$|H| = \frac{|H|_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{3\sqrt{2}}.$$

On obtient :

$$\left| \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right| = 3.$$

D'où :

$$\omega_{c1} = \omega_0 \frac{\sqrt{13} - 3}{2}$$

et :

$$\omega_{c2} = \omega_0 \frac{\sqrt{13} + 3}{2}.$$

Donc :

$$f_{c1} \simeq 301 \text{ Hz}$$

et :

$$f_{c2} \simeq 3290 \text{ Hz}.$$

La bande passante vaut :

$$\Delta f = f_{c2} - f_{c1} = 3f_0.$$

Par conséquent :

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{1}{3}.$$

4. Diagramme de Bode

Le gain vaut :

$$G_{\text{dB}} = 20 \log_{10} |H|.$$

À basse fréquence :

$$H \simeq jRC\omega,$$

d'où une pente :

$$+20 \text{ dB/dec}.$$

À haute fréquence :

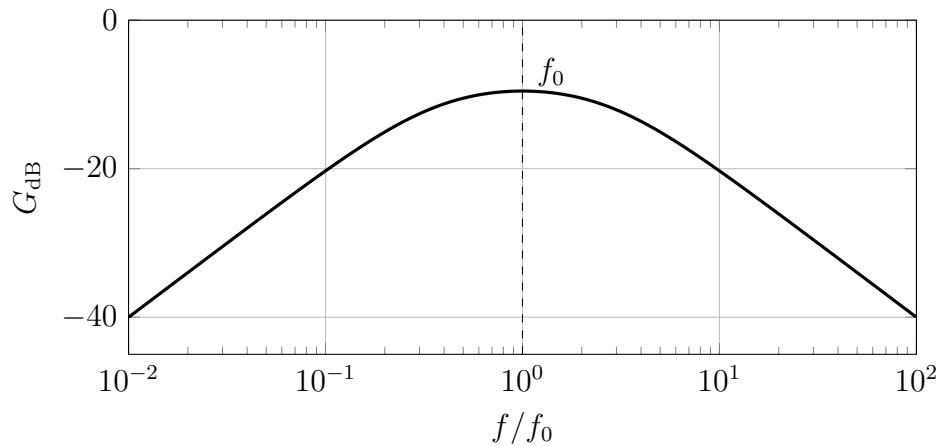
$$H \simeq \frac{1}{jRC\omega},$$

d'où :

$$-20 \text{ dB/dec}.$$

À la fréquence centrale :

$$G_{\text{max}} = 20 \log_{10} \frac{1}{3} \simeq -9,54 \text{ dB}.$$



Exercice 2 – Filtre coupe-bande

La fonction de transfert est :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{4jRC\omega}{1 - R^2C^2\omega^2}}.$$

1. Comportement BF et HF

À basse fréquence :

$$H(0) = 1.$$

À haute fréquence :

$$\lim_{\omega \rightarrow +\infty} H(j\omega) = 0.$$

Lorsque :

$$1 - R^2C^2\omega^2 = 0,$$

on obtient :

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

et :

$$H(j\omega_0) = 0.$$

Le montage est donc :

un filtre coupe-bande.

2. Module

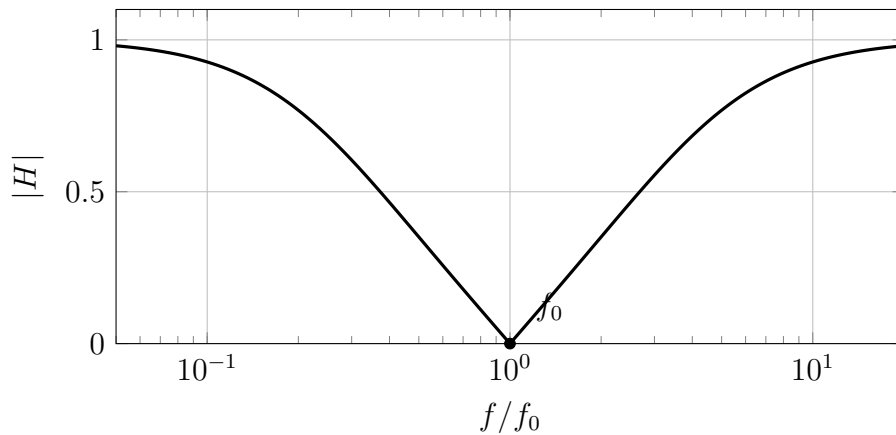
En posant :

$$x = \frac{\omega}{\omega_0},$$

on obtient :

$$|H| = \frac{|1 - x^2|}{\sqrt{(1 - x^2)^2 + 16x^2}}.$$

3. Courbe



Exercice 3 – Filtre de Rauch

La fonction de transfert s'écrit :

$$H(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

avec :

$$H_0 = -\frac{R_2}{2R_1}.$$

Le module est :

$$|H| = \frac{|H_0|}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}.$$

On constate :

$$|H| \rightarrow 0 \quad \text{si } \omega \rightarrow 0$$

et :

$$|H| \rightarrow 0 \quad \text{si } \omega \rightarrow +\infty.$$

Donc :

filtre passe-bande.

Le maximum est atteint pour :

$$\omega = \omega_0.$$

Ainsi :

$$f_r = f_0.$$

La bande passante est :

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q}.$$

Avec les valeurs de l'énoncé, on trouve approximativement :

$$f_0 \simeq 3,40 \text{ kHz}$$

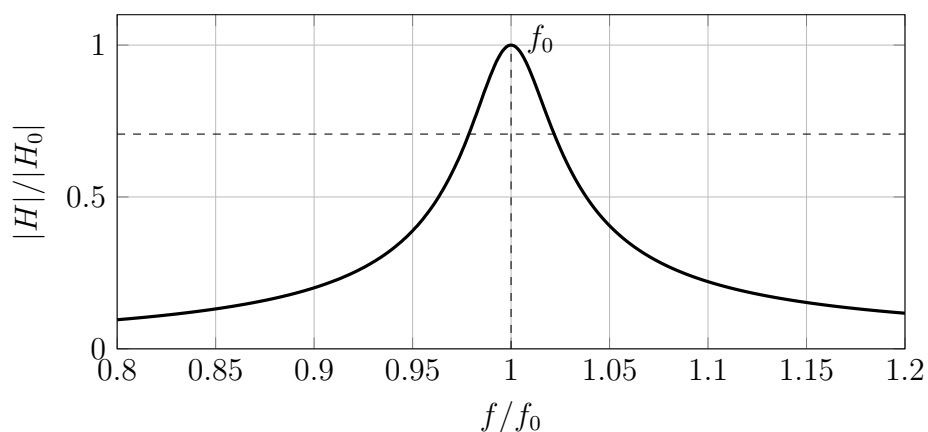
et :

$$Q \simeq 23,1.$$

Donc :

$$\Delta f \simeq 147 \text{ Hz.}$$

Courbe de résonance



Exercice 4 – Filtre de Sallen et Key

À basse fréquence :

$$H \simeq 1.$$

À haute fréquence :

$$H \rightarrow 0.$$

Donc :

filtre passe-bas du deuxième ordre .

La fonction de transfert est :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{j}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}}.$$

avec :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

et :

$$Q = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}}.$$

Le module vaut :

$$|H| = \frac{1}{\sqrt{(1 - x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}}$$

avec :

$$x = \frac{\omega}{\omega_0}.$$

Une résonance existe lorsque :

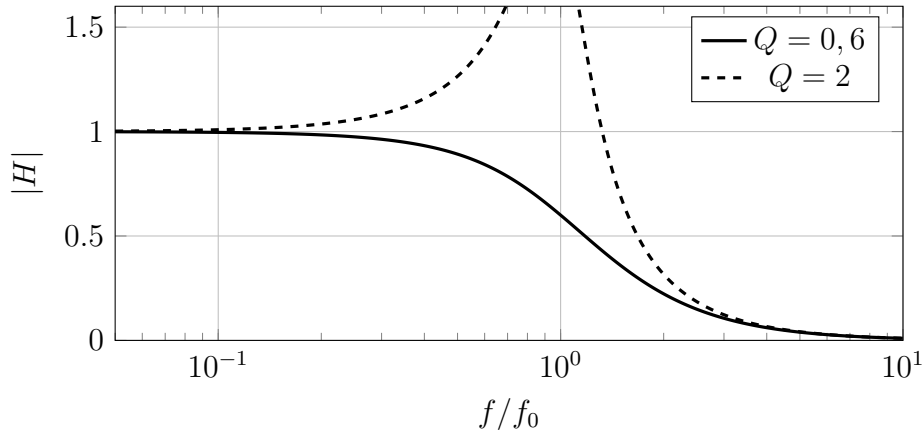
$$Q > \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

La fréquence de résonance vaut :

$$f_r = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}.$$

Allure du module

Le tracé suivant montre qualitativement les deux comportements : absence de résonance et présence d'une résonance.



Exercice 5 – Simulation d’une bobine idéale

On caractérise chacun des deux opérateurs par son admittance d’entrée :

$$Y = \frac{I_e}{E_e}.$$

Le principe du montage consiste à associer deux réseaux actifs dont les admittances contiennent des termes qui se compensent lors de leur mise en parallèle.

On obtient finalement une admittance équivalente de la forme :

$$Y_{\text{eq}} = \frac{1}{j\omega L_{\text{eq}}}.$$

Par conséquent :

$$Z_{\text{eq}} = j\omega L_{\text{eq}}.$$

L’ensemble se comporte donc comme :

une inductance idéale.

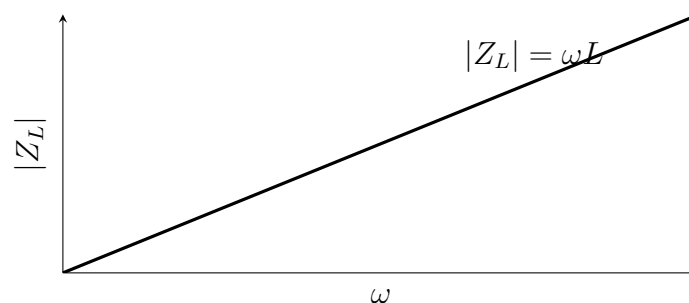
Cette technique permet de simuler une inductance sans utiliser une bobine physique.

Variation du module de l’impédance

Pour une inductance idéale :

$$|Z_L| = \omega L.$$

Donc :



Exercice 6 – Chaîne de désaccentuation

Le diagramme RIAA possède trois fréquences caractéristiques :

$$50 \text{ Hz}, \quad 500 \text{ Hz}, \quad 5 \text{ kHz}.$$

Les pulsations correspondantes sont :

$$\omega_1 = 2\pi(50), \quad \omega_2 = 2\pi(500), \quad \omega_3 = 2\pi(5000).$$

Une cellule RC possède une fréquence de rupture :

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}.$$

Pour :

$$R' = 10 \text{ k}\Omega$$

et :

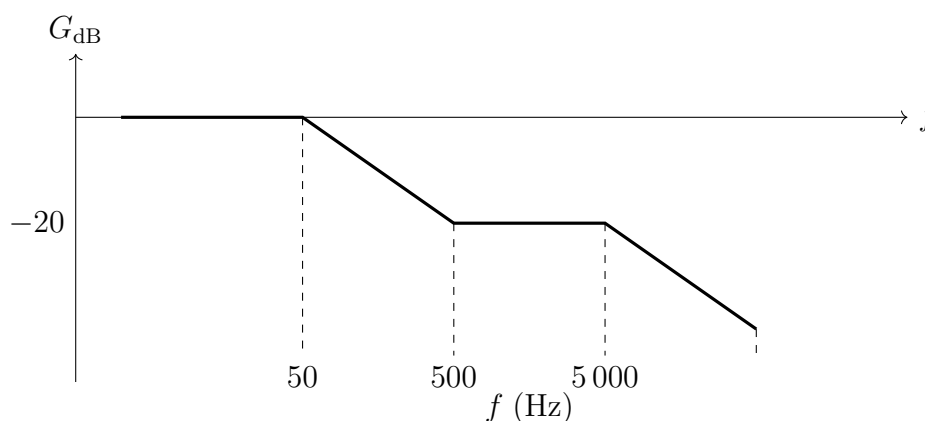
$$C' = 33 \text{ nF},$$

on obtient :

$$f_c = \frac{1}{2\pi R'C'} \simeq 482 \text{ Hz}.$$

Cette valeur correspond approximativement à la rupture de 500 Hz.

Diagramme de Bode RIAA



Exercice 7 – Un oscillateur

La fonction de transfert donnée dans l'énoncé est :

$$H(j\omega) = \frac{\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) jL\omega}{R_3(2 - LC\omega^2) + 2jL\omega}.$$

Lorsque les points S et E sont reliés :

$$V_s = V_e.$$

Pour une solution non nulle :

$$\boxed{H(j\omega) = 1}.$$

On obtient :

$$R_3(2 - LC\omega^2) + 2jL\omega = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) jL\omega.$$

Partie réelle :

$$2 - LC\omega^2 = 0.$$

Donc :

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC}}}.$$

Partie imaginaire :

$$2 = 1 + \frac{R_2}{R_1}.$$

Donc :

$$\boxed{R_2 = R_1}.$$

La fréquence d'oscillation vaut :

$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2}{LC}}}.$$

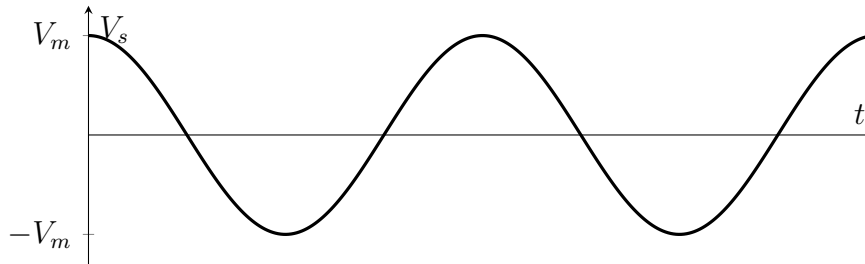
L'équation différentielle dans les conditions d'oscillation est :

$$\boxed{LC \frac{d^2 V_s}{dt^2} + 2V_s = 0.}$$

Sa solution est :

$$\boxed{V_s(t) = V_m \cos(\omega_0 t + \varphi).}$$

Signal de sortie



Exercice 8 – Générateur de créneaux

L'amplificateur opérationnel fonctionne en saturation :

$$V_s = \pm V_{\text{sat}}.$$

Le seuil appliqué à l'entrée non-inverseuse est :

$$v_+ = \beta V_s$$

avec :

$$\beta = \frac{r}{R + r}.$$

Les seuils de commutation sont :

$$V_H = +\beta V_{\text{sat}}$$

et :

$$V_B = -\beta V_{\text{sat}}.$$

Lorsque :

$$V_s = +V_{\text{sat}},$$

la tension du condensateur évolue suivant :

$$v_-(t) = V_{\text{sat}} + [v_-(0) - V_{\text{sat}}]e^{-t/(RC)}.$$

Le basculement se produit lorsque :

$$v_- = \beta V_{\text{sat}}.$$

On obtient :

$$\frac{T}{2} = RC \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)$$

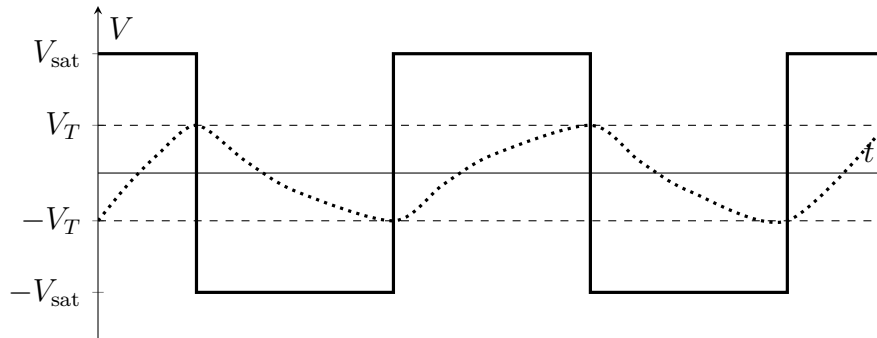
et donc :

$$T = 2RC \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right).$$

Le rapport cyclique du montage symétrique est :

$$\alpha = \frac{1}{2}.$$

Allure des tensions



Avec les deux diodes et deux résistances différentes, les durées de charge et de décharge deviennent différentes :

$$T = T_+ + T_-.$$

Le rapport cyclique vaut alors :

$$\alpha = \frac{T_+}{T_+ + T_-}.$$

Exercice 9 – Multiplieur électronique

La diode réelle vérifie :

$$i_D = I_0 (e^{\alpha u_D} - 1).$$

En conduction directe :

$$e^{\alpha u_D} \gg 1,$$

donc :

$$i_D \simeq I_0 e^{\alpha u_D}.$$

Par conséquent :

$$u_D = \frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{i_D}{I_0} \right).$$

1. Amplificateur logarithmique

L'entrée inverseuse de l'AO idéal est au potentiel nul.

Le courant dans la résistance vaut :

$$i = \frac{u_e}{R}.$$

Ce courant traverse la diode :

$$\frac{u_e}{R} = I_0 e^{-\alpha u_s}.$$

Donc :

$$u_s = -\frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{u_e}{RI_0} \right).$$

Caractéristique logarithmique

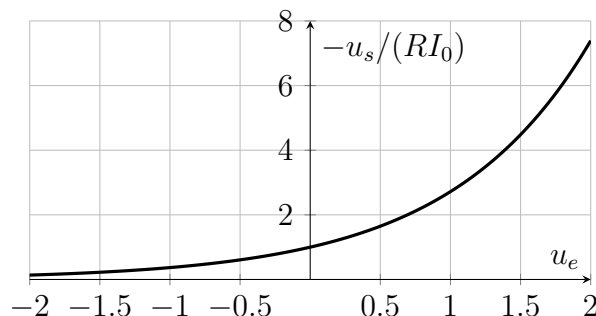


2. Amplificateur exponentiel

En permutant la résistance et la diode :

$$u_s = -RI_0 e^{\alpha u_e}.$$

Sa caractéristique est exponentielle.



3. Multiplieur

Les deux premiers étages fournissent :

$$u_1 = -\frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{u_{e1}}{RI_0} \right)$$

et :

$$u_2 = -\frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{u_{e2}}{RI_0} \right).$$

Le sommateur réalise :

$$u_c = u_1 + u_2.$$

Ainsi :

$$u_c = -\frac{1}{\alpha} \left[\ln \left(\frac{u_{e1}}{RI_0} \right) + \ln \left(\frac{u_{e2}}{RI_0} \right) \right].$$

En utilisant :

$$\ln a + \ln b = \ln(ab),$$

on obtient :

$$u_c = -\frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{u_{e1}u_{e2}}{R^2 I_0^2} \right).$$

L'étage exponentiel permet alors d'obtenir une tension proportionnelle au produit des deux tensions d'entrée :

$$u_s = K u_{e1} u_{e2}.$$

Le montage constitue donc :

un multiplieur analogique.