

1 Problème : Régimes transitoires

1.1 Etude d'un flash

Pour atteindre des tensions de 300 V il faut utiliser un transformateur, lequel ne fonctionne qu'avec des tensions alternatives. La première partie du montage comporte donc un circuit RLC qui permet d'obtenir une tension variable à partir d'une tension continue. Le circuit étudié est représenté sur la figure 1 à gauche. La résistance R est la résistance interne de la pile. L'interrupteur est fermé lorsqu'on arme le flash, à l'instant $t = 0$. Le condensateur est initialement déchargé.

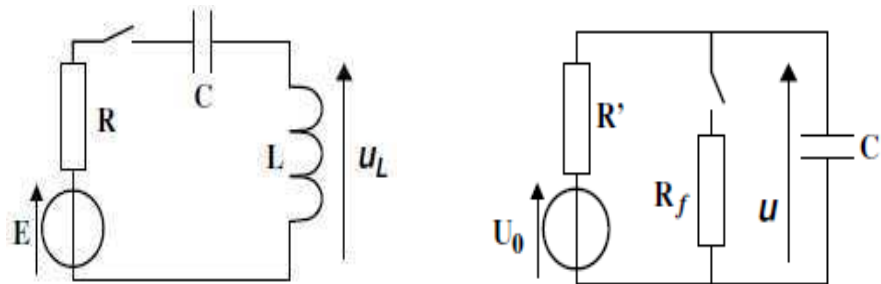


FIGURE 1 –

1. a) Déterminer la valeur de u_L au bout d'un temps très long.
 b) Que vaut u_L à l'instant $t = 0^+$, c'est-à-dire juste après la fermeture de l'interrupteur ?
 c) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par u_L au cours du temps.
 d) Résoudre cette équation en négligeant la résistance R (on prendra $R = 0$).
 e) Pour cette question on ne néglige plus la résistance R . Evaluer le temps nécessaire pour que u_L atteigne la valeur déterminée à la question 1.a)). On prendra $R = 0,5\Omega$ $C = 200\text{ pF}$ et $L = 36\text{ mH}$.

Le schéma équivalent au circuit secondaire est représenté figure 1 à droite. La tension au secondaire du transformateur est alternative (sinusoïdale) et son amplitude est 200 fois plus grande que celle au primaire. Après transformation en tension continue U_0 (redressement), cette tension permet de charger un condensateur de capacité C' jusqu'à la tension U_0 . Lors de la prise de la photo, l'interrupteur se ferme et le condensateur se décharge dans le flash qui est alors équivalent à une résistance R_f .

2. a) Etablir l'expression de l'énergie contenue dans le condensateur. Que vaut-elle à l'instant initial ? Effectuer l'application numérique avec $C' = 150\mu\text{F}$ et $U_0 = 300\text{V}$.
 b) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$. En déduire l'évolution de $u(t)$ au cours du temps.
 On donne $R_f = 10\Omega$ et $R' = 180\Omega$.
 c) Déterminer l'ordre de grandeur du temps nécessaire à la décharge du condensateur

1.2 Régime transitoire dans un circuit RLC parallèle

On considère le circuit de la figure 2, constitué d'une source idéale de tension E , de deux résistors de résistance R et r , d'un condensateur de capacité C et d'une bobine d'inductance L . Au départ le condensateur n'est pas chargé et tous les courants sont nuls. On ferme l'interrupteur K à l'instant $t = 0$.

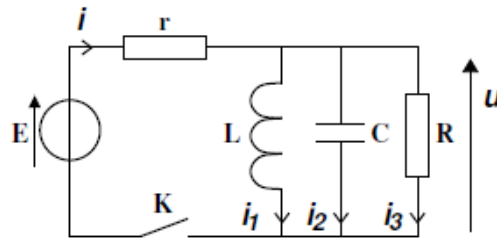


FIGURE 2 –

- Déterminer u , i_1 , i_2 et i_3 aux instants suivants :
 - juste après la fermeture de l'interrupteur ($t = 0^+$),
 - lorsque le régime permanent est établi.
- Etablir l'équation différentielle vérifiée par i_3 . On la mettra sous forme canonique et on donnera l'expression du facteur d'amortissement et de la pulsation propre ω_0 .
- Quelle relation doit exister entre r , R , C , et L pour que la solution de l'équation différentielle corresponde à un régime pseudo-périodique ? Pour la suite, on prendra : $r = 2,5 \text{ k}\Omega$; $R = 1,25 \text{ k}\Omega$; $C = 1,0 \mu\text{F}$; $L = 20 \text{ mH}$.
- Que vaut le facteur de qualité du circuit ? Calculer numériquement la pulsation propre ω_0 , la période propre T_0 , ainsi que .
- Définir et calculer la pseudo-pulsation ω et la pseudo-période T . Compte-tenu de la précision des données, que peut-on dire des valeurs numériques de ω_0 et de ω ?
- Déterminer en fonction du temps, l'expression de i_3 (constantes comprises).
- Le décrement logarithmique δ est défini par : $\delta = \ln \frac{i_{3,max}(t_m)}{i_{3,max}(t_m + T)}$ calculer δ .
- Calculer le temps nécessaire pour que le régime permanent soit pratiquement établi dans le circuit. On prendra pour critère que l'amplitude de i_3 est toujours inférieure au millièème de sa valeur maximale.

2 Problème : Filtrage

Le but de ce problème est d'étudier un circuit électronique permettant de filtrer des signaux. On considère le circuit électronique figure 3 :

2.1 Étude en régime permanent sinusoïdal

La tension d'entrée est fournie par un générateur basse fréquence et s'écrit $v_e(t) = E_m \cos(\omega t)$ où $E_m > 0$ est la valeur maximale et ω la pulsation de la tension d'entrée. La tension de sortie sera notée $v_s(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$ où $V_m > 0$ désigne la valeur maximale de la tension de sortie et ϕ le déphasage de celle-ci par rapport à la tension d'entrée.

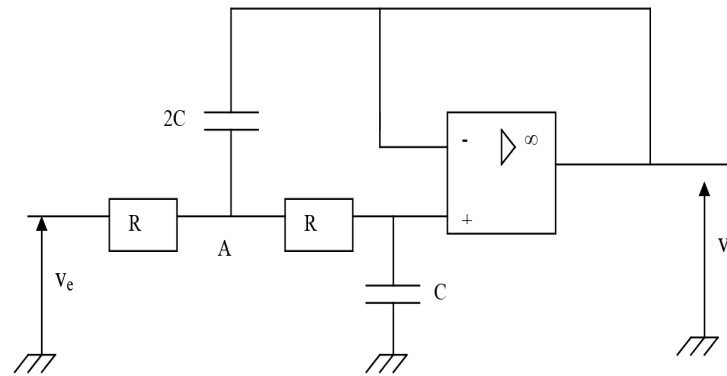


FIGURE 3 –

L'étude du filtre sera effectuée en utilisant la notation complexe v_e et v_s pour ces deux tensions (*avec* $j^2 = -1$) : $\underline{v_e} = E_m e^{j\omega t}$ et $\underline{v_s} = V_m e^{j(\omega t + \phi)}$.

1. Déterminer, de manière qualitative et sans calcul, la nature probable du filtre proposé.
2. Appliquer le théorème de Millman au point A et à l'entrée non inverseuse de l'ampli.op.
3. En déduire que la fonction de transfert de ce circuit peut s'exprimer sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = \frac{1}{1 + 2j\sigma \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

On exprimera les constantes σ (coefficient d'amortissement du filtre) et ω_0 en fonction de R et C.

4. Déterminer, en fonction de σ et ω_0 :
 - a) le gain du filtre, noté $H(\omega)$, module de la fonction de transfert. Simplifier son expression compte tenu de la valeur de σ .
 - b) le déphasage ϕ , dont on donnera l'expression de $\tan\phi$ ainsi que son intervalle de variation.
5. Déterminer la bande passante du filtre, définie comme l'intervalle de pulsations pour lequel on a $H(\omega) \geq \frac{H(0)}{\sqrt{2}}$.
6. Donner l'expression du gain exprimé en décibels, noté G_{dB} . Déterminer le comportement asymptotique du gain en décibels G_{dB} .
7. Tracer le diagramme de Bode en gain (en dB).
8. A. N. : on donne $C = 1,00\mu F$ et $R = 100\Omega$. Calculer ω_0 ainsi que la bande passante du filtre.

2.2 Étude du circuit en régime transitoire

La tension d'entrée v_e est désormais quelconque.

1. Déterminer, en utilisant l'expression de la fonction de transfert donnée à la question 2.1.3, l'équation différentielle du second ordre qui relie les deux tensions v_e et v_s .

2. On suppose que la tension d'entrée est un échelon de tension, c'est-à-dire que $v_e(t) = 0$ pour $t < 0$ et $v_e(t) = E$ pour $t \geq 0$, où E est une tension constante. La figure 4, obtenue avec un logiciel de calculs formels, donne la variation de la tension de sortie v_s en fonction du temps. Les valeurs numériques sont les mêmes que celles de la question 2.1.8.

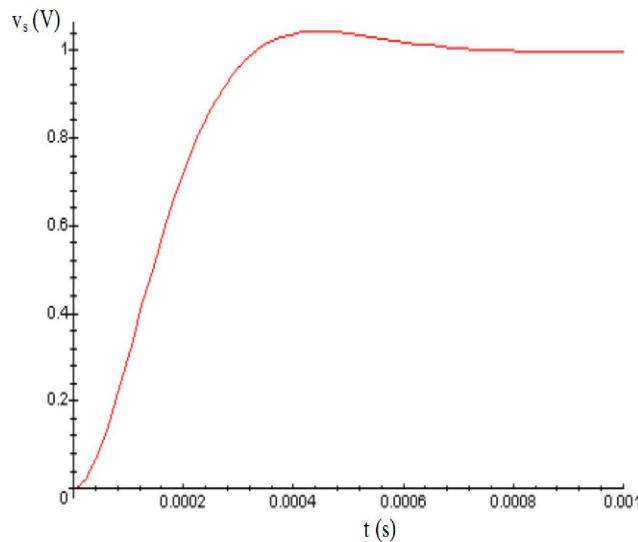


FIGURE 4 –

- a) Quelle est la valeur numérique de la tension E ?
 b) Quelle est la nature du régime transitoire observé ? Justifier. Établir l'expression de la pseudo-pulsation en fonction de ω_0 et σ .

2.3 Analyse de Fourier

1. La tension d'entrée est désormais une tension triangulaire (voir figure 5) de pulsation Ω et de période $T = \frac{2\pi}{\Omega}$, dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$v_e(t) = \frac{8E_m}{\pi^2} \left[\cos \Omega t + \frac{1}{3^2} \cos(3\Omega t) + \frac{1}{5^2} \cos(5\Omega t) + \dots \right]$$

E_m valeur maximale de v_e , vaut ici $E_m = 1V$.

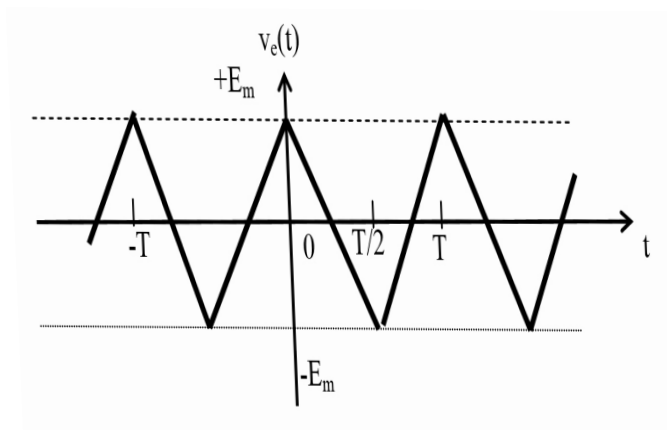


FIGURE 5 –

On se place dans cette question à $\Omega = \omega_0$ et l'on constate expérimentalement que la tension de sortie v_s est une fonction sinusoïdale du temps.

- Déterminer la pulsation ω de la tension de sortie.
 - Donner l'expression complète de cette tension de sortie sinusoïdale. On déterminera en particulier la valeur maximale de la tension de sortie, ainsi que son déphasage par rapport à l'entrée.
 - Reproduire l'allure de $v_e(t)$ et tracer sur le même schéma l'allure de la tension de sortie $v_s(t)$.
2. La tension d'entrée est désormais une tension créneau de pulsation Ω et de période $T = \frac{2\pi}{\Omega}$ dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$v_e(t) = \frac{2E_m}{\pi} [\cos\Omega t + \frac{1}{3}\cos(3\Omega t) + \frac{1}{5}\cos(5\Omega t) + \dots]$$

Quand $\Omega = \omega_0$, on constate expérimentalement que la tension de sortie v_s est presque une fonction sinusoïdale du temps (voir figure 6).

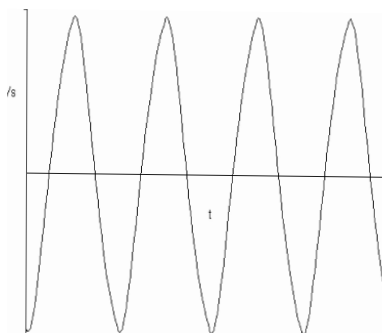


FIGURE 6 –

Quelle est la période du signal de sortie? Expliquez pourquoi la tension $v_s(t)$ n'est pas tout à fait sinusoïdale. Montrer que $v_s(t)$ peut s'écrire avec une bonne approximation comme la somme de deux sinusoïdes que l'on déterminera

3 Problème : Filtrage ; *Pickup* de guitare électrique

On étudie le comportement fréquentiel d'un «pickup» (ou micro) de guitare électrique. Il s'agit d'un capteur électromécanique transformant les vibrations mécaniques de la corde métallique en signal électrique. Nous ne nous intéresserons pas ici à la conversion mécanoélectrique, mais nous allons étudier le fonctionnement électrique du capteur.

Filtrage d'un signal.

On considère un filtre dont le diagramme de Bode du gain en décibel est représenté sur la figure 7.

- D'après la figure 7, donner la nature du filtre et la valeur de la fréquence de résonance, notée f_r . Déterminer l'équation de l'asymptote basse fréquence et la pente de l'asymptote haute fréquence.
- On pose Q et H_0 des réels positifs sans dimension, et la pulsation réduite $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ avec ω_0 la pulsation propre. Parmi les fonctions de transfert ci-dessous, une seule

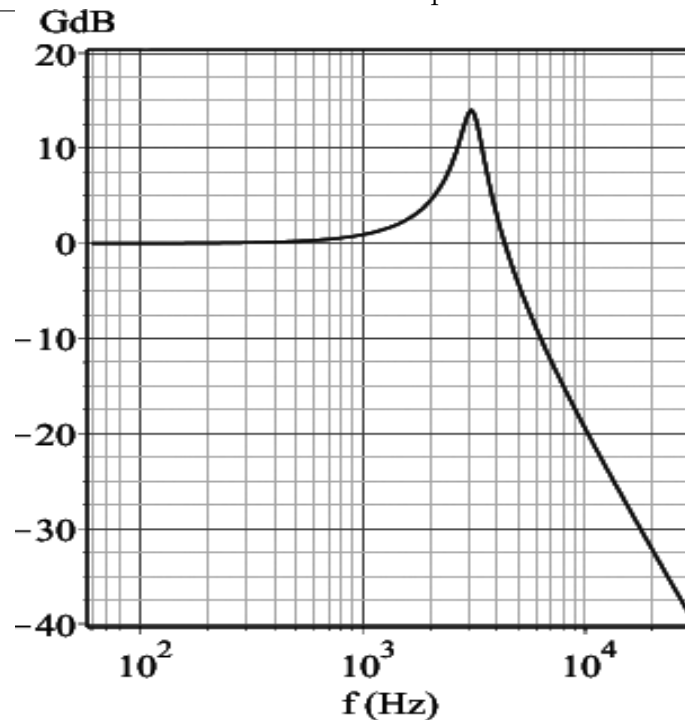


FIGURE 7 –

correspond au diagramme précédent. Justifier de laquelle il peut s'agir, en précisant le type de filtre pour chaque fonction de transfert.

$$i) \underline{H} = \frac{H_0}{1 + jx} \quad ii) \underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2} \quad iii) \underline{H} = \frac{H_0 \frac{jx}{Q}}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}; iv) \underline{H} = 1 + jx - \frac{x^2}{Q^2}$$

On travaille dans toute la suite avec la fonction de transfert choisie, qui convient au diagramme de la figure 7.

3. À partir de la fonction de transfert :
 - a) exprimer le gain en décibel pour $x = 1$;
 - b) déterminer les équations des asymptotes à basse et haute fréquence (G_{dB} en fonction de $\log x$). À quelle pulsation ces asymptotes se croisent-elles ?
4. Dédurre de ces résultats les valeurs de H_0 , du facteur de qualité Q et de la fréquence propre $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ pour le diagramme de la figure 7.
5. On envoie en entrée du filtre un signal sinusoïdal noté $u_e(t)$, d'amplitude $U_e = 1,0V$ et de fréquence f variable. À l'aide du diagramme de Bode de la figure 7, déterminer l'amplitude, notée U_s , de la tension de sortie $u_s(t)$ pour $f = 300Hz$, $f = 3,0kHz$ puis $f = 8,0kHz$.
6. On considère un signal électrique périodique, caractéristique de la vibration d'une corde de guitare électrique, dont le spectre est donné sur la figure 8 .
 - a) Déterminer la fréquence du mode fondamental de ce signal.
 - b) En rassemblant les résultats dans un tableau, estimer les amplitudes, en volts, du fondamental et des harmoniques situées respectivement au voisinage de 3 kHz

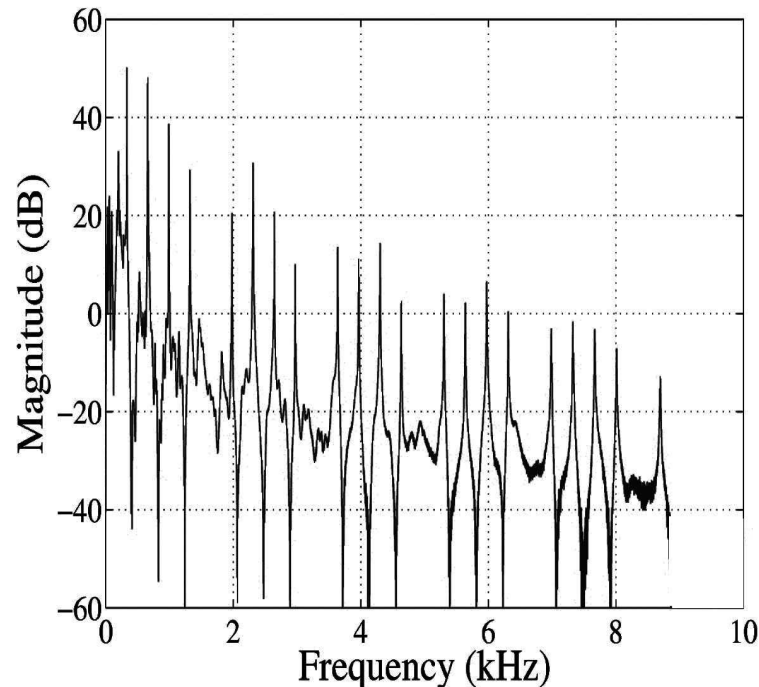


FIGURE 8 –

et 8 kHz, ainsi que leurs valeurs une fois filtrés par le filtre de la figure 7.

Modèle électrocinétique du pickup chargé sur un amplificateur de guitare.

On modélise le pickup par une source de tension $e(t)$ (provenant de la conversion en signal électrique du son émis par la corde de guitare), une inductance $L = 4,6H$, une résistance $R = 20k\Omega$ et une capacité $C = 150pF$. Le pickup est branché sur un amplificateur de guitare comme indiqué sur le circuit de la figure 9, dans lequel C_c représente la capacité du câble et R_a la résistance d'entrée de l'amplificateur.

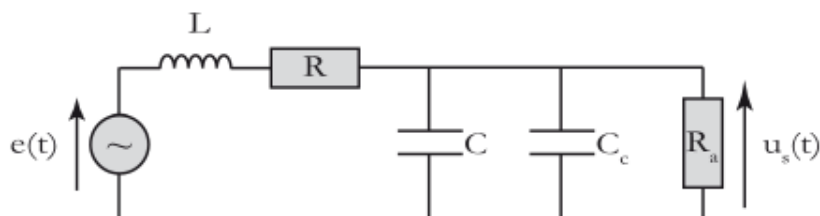


FIGURE 9 –

On considère le cas où $e(t)$ est sinusoïdale d'amplitude E constante, quelle que soit la fréquence f (pulsation ω). On s'intéresse à la fonction de transfert $H = \frac{\underline{u}_s}{\underline{e}}$ avec $\underline{u}_s$ le complexe associé à la tension u_s d'amplitude U_s et $\underline{e}$ le complexe associé à e . On notera U_s l'amplitude complexe de u_s .

- Donner les schémas électriques équivalents du montage de la figure 9 dans les cas très basse et très haute fréquences. Déterminer l'expression de $u_s(t)$ dans chacun

- de ces cas. Quelle est a priori la nature de ce filtre ?
8. Établir l'expression de la fonction de transfert du circuit figure 9, à mettre sous la forme choisie à la question 2.. On simplifiera la fonction de transfert sachant que la résistance d'entrée de l'amplificateur est $R_a = 10M\Omega$ ($R_a \gg R$).
 9. Expliciter les expressions de H_0 , Q et ω_0 . Faire les applications numériques de f_0 et Q pour $C_c = 420pF$.