Actions mécaniques d'un champ magnétique

1 Force de Lorentz

Une particule de charge q, animée d'une vitesse $\vec{v}$, placée dans un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$, subit la force de Lorentz :

$$\boxed{\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)}$$

Dans ce chapitre, on s'intéresse surtout à la partie magnétique :

$$\boxed{\vec{F}_m = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}}$$

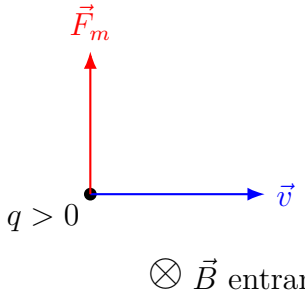

FIGURE 1 – Force magnétique sur une charge positive : $\vec{F}_m = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Comme le produit vectoriel est perpendiculaire à $\vec{v}$:

$$\vec{F}_m \cdot \vec{v} = 0.$$

La puissance de la force magnétique sur la particule est donc :

$$\boxed{\mathcal{P}_m = \vec{F}_m \cdot \vec{v} = 0}$$

Interprétation physique

La force magnétique ne fournit pas directement d'énergie cinétique à une particule ponctuelle : elle dévie sa trajectoire. Elle agit donc principalement sur la **direction** du mouvement, et non sur la valeur de la vitesse.

2 Force de Laplace

On considère un conducteur parcouru par un courant I et plongé dans un champ magnétique **extérieur** $\vec{B}_{\text{ext}}$.

Remarque

Il faut distinguer le champ magnétique extérieur subi par le circuit du champ magnétique propre créé par le courant circulant dans le conducteur. Dans la force de Laplace, on utilise le champ extérieur.

Pour un élément de conducteur $d\vec{\ell}$, orienté dans le sens du courant :

$$\boxed{d\vec{F} = I\, d\vec{\ell} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}}$$

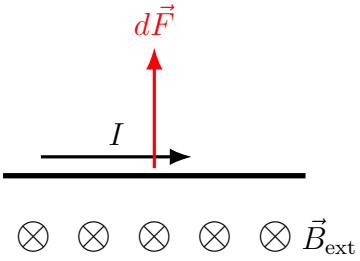

FIGURE 2 – Action d'un champ magnétique extérieur sur un conducteur parcouru par un courant.

Interprétation physique

La force de Laplace est la manifestation macroscopique de l'action magnétique sur les porteurs de charge en mouvement dans le conducteur. Elle permet de transformer une action électromagnétique en action mécanique.

3 Densité linéique et densité volumique de force

Pour un conducteur filiforme :

$$d\vec{F} = \vec{f}_\ell\, d\ell$$

avec :

$$\boxed{\vec{f}_\ell = I\, \vec{e}_\ell \wedge \vec{B}_{\text{ext}}}$$

où $\vec{e}_\ell$ est orienté dans le sens du courant.

Son unité est :

$$[\vec{f}_\ell] = \text{N m}^{-1}.$$

Dans un conducteur volumique de densité de courant $\vec{j}$, on admet la densité volumique de force de Laplace :

$$\boxed{\vec{f}_v = \vec{j} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}}$$

La résultante sur un volume $\mathcal{V}$ vaut alors :

$$\boxed{\vec{F} = \iiint_{\mathcal{V}} \vec{j} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}\, d\tau}$$

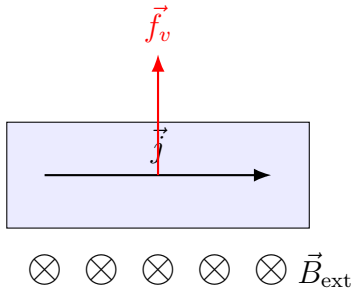

FIGURE 3 – Densité volumique de force de Laplace dans un conducteur.

Interprétation physique

La relation $\vec{f_v} = \vec{j} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}$ signifie que l'action magnétique est répartie dans tout le volume où existe un courant. Plus la densité de courant ou le champ est grande, plus l'action mécanique par unité de volume est importante.

4 Conducteur rectiligne dans un champ uniforme

Pour un segment rectiligne de longueur vectorielle $\vec{L}$ plongé dans un champ uniforme :

$$\vec{F} = I \int d\vec{\ell} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}.$$

Comme $\vec{B}_{\text{ext}}$ est uniforme :

$$\boxed{\vec{F} = I\,\vec{L} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}}$$

En norme :

$$\boxed{F = ILB \sin\alpha}$$

où α est l'angle entre $\vec{L}$ et $\vec{B}$.

Si le conducteur et le champ sont orthogonaux :

$$\boxed{F = ILB}$$

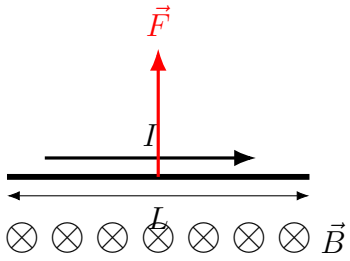

FIGURE 4 – Force de Laplace sur une barre rectiligne.

Interprétation physique

La force est maximale lorsque le conducteur est perpendiculaire au champ. Elle est nulle lorsque le conducteur est parallèle au champ. Le champ magnétique peut donc mettre un conducteur en mouvement sans contact mécanique direct.

5 Circuit filiforme fermé dans un champ uniforme

Pour un circuit fermé $\mathcal{C}$:

$$\vec{F} = I \oint_{\mathcal{C}} d\vec{\ell} \wedge \vec{B}.$$

Si $\vec{B}$ est uniforme :

$$\vec{F} = I \left(\oint_{\mathcal{C}} d\vec{\ell} \right) \wedge \vec{B}.$$

Or :

$$\oint_{\mathcal{C}} d\vec{\ell} = \vec{0}.$$

Donc :

$$\boxed{\vec{F} = \vec{0}}$$

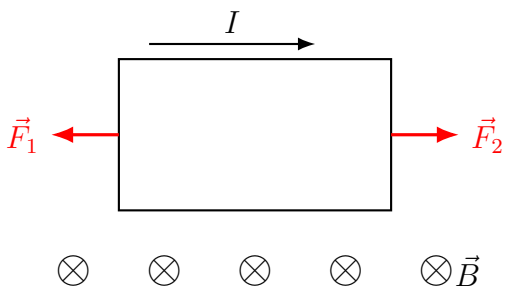

FIGURE 5 – Circuit fermé dans un champ uniforme : la résultante des forces est nulle.

Interprétation physique

Une résultante nulle ne signifie pas absence d'effet mécanique. Des forces opposées peuvent former un **couple** et provoquer une rotation du circuit.

6 Moment des forces de Laplace et moment magnétique

Le moment élémentaire d'une force par rapport à un point O est :

$$d\vec{M}_O = \overrightarrow{OM} \wedge d\vec{F}.$$

Pour une spire plane de surface S parcourue par un courant I, on définit le moment magnétique :

$$\boxed{\vec{\mathcal{M}} = IS\,\vec{n}}$$

Pour N spires :

$$\boxed{\vec{\mathcal{M}} = NIS\,\vec{n}}$$

où $\vec{n}$ est la normale orientée à la spire selon la règle de la main droite.

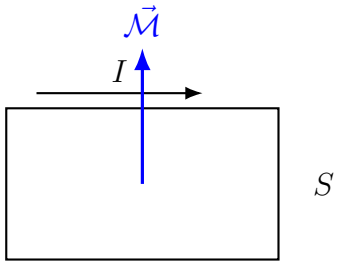

FIGURE 6 – Moment magnétique d'une spire plane parcourue par un courant.

Interprétation physique

Le moment magnétique caractérise l'aptitude d'un circuit à s'orienter dans un champ magnétique. Il joue pour une spire un rôle analogue à celui d'un dipôle magnétique élémentaire.

7 Couple exercé sur une spire

Dans un champ magnétique uniforme :

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}}$$

En norme :

$$\boxed{\Gamma = \mathcal{M}B\sin\theta}$$

où θ est l'angle entre $\vec{\mathcal{M}}$ et $\vec{B}$.

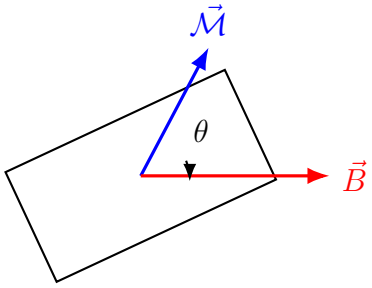

FIGURE 7 – Une spire dans un champ uniforme subit un couple d'orientation.

Interprétation physique

Le couple tend à réduire l'angle entre $\vec{\mathcal{M}}$ et $\vec{B}$. Le champ tend donc à orienter la spire de façon que son moment magnétique soit parallèle au champ.

8 Puissance des actions mécaniques de Laplace

Pour un solide animé d'une translation de vitesse $\vec{V}$ et d'une rotation de vitesse angulaire $\vec{\Omega}$, la puissance des actions mécaniques est :

$$\boxed{\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{V} + \vec{\Gamma} \cdot \vec{\Omega}}$$

Dans le cas d'une rotation autour d'un axe fixe :

$$\boxed{\mathcal{P} = \Gamma\, \omega}$$

si le couple et la vitesse angulaire sont colinéaires.

Interprétation physique

La puissance indique la vitesse à laquelle l'action électromagnétique échange de l'énergie avec le système mécanique. Une puissance positive correspond à un fonctionnement moteur ; une puissance négative correspond à une action résistante ou génératrice.

9 Rails de Laplace

Deux rails parallèles sont séparés par une distance L. Une barre conductrice mobile relie les deux rails. Le circuit est parcouru par un courant I et plongé dans un champ uniforme $\vec{B}$, orthogonal au plan des rails.

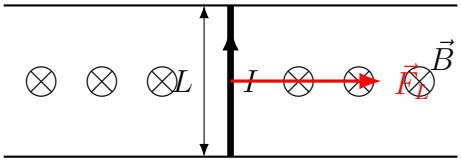

FIGURE 8 – Rails de Laplace : la barre subit une force parallèle aux rails.

La force exercée sur la barre est :

$$\boxed{\vec{F}_L = I\,\vec{L} \wedge \vec{B}}$$

et si $\vec{L} \perp \vec{B}$:

$$\boxed{F_L = ILB}$$

Si la barre, de masse m, est libre et les frottements négligés :

$$m\vec{a} = \vec{F}_L$$

d'où :

$$\boxed{a = \frac{ILB}{m}}$$

Si la barre se déplace à la vitesse v dans le sens de la force :

$$\boxed{\mathcal{P}_L = F_L v = ILBv}$$

Interprétation physique

Le dispositif transforme directement une action électromagnétique en translation mécanique. Il constitue un modèle simple d'actionneur linéaire.

10 Spire rectangulaire en rotation

Considérons une spire rectangulaire de côtés a et b, de surface :

$$S = ab,$$

parcourue par un courant I.

Son moment magnétique vaut :

$$\boxed{\vec{\mathcal{M}} = Iab\,\vec{n}}$$

Dans un champ uniforme :

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}}$$

et :

$$\boxed{\Gamma = IabB\sin\theta}$$

Pour N spires :

$$\boxed{\Gamma = NIabB\sin\theta}$$

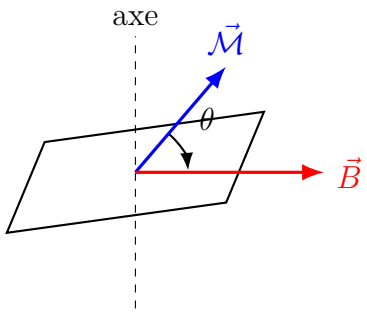

FIGURE 9 – Spire rectangulaire en rotation autour d'un axe de symétrie.

Sa puissance mécanique est :

$$\boxed{\mathcal{P} = \Gamma\omega}$$

Interprétation physique

Deux forces de Laplace opposées peuvent avoir une résultante nulle mais produire un couple non nul. Ce couple peut mettre la spire en rotation : c'est le principe élémentaire du moteur électrique.

11 Aimant dans un champ magnétique uniforme

On associe à un aimant permanent un moment magnétique :

$$\vec{\mathcal{M}}.$$

Dans un champ uniforme, l'aimant subit le couple :

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}}$$

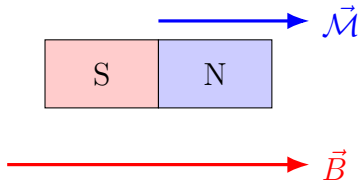

FIGURE 10 – Aimant permanent placé dans un champ magnétique uniforme.

On associe à ce dipôle l'énergie potentielle :

$$\boxed{E_p = -\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}}$$

soit :

$$\boxed{E_p = -\mathcal{M}B\cos\theta}$$

Les positions d'équilibre satisfont :

$$\Gamma = 0$$

donc :

$$\theta = 0 \qquad \text{ou} \qquad \theta = \pi.$$

11.1 Équilibre stable

Pour :

$$\theta = 0,$$

les vecteurs sont parallèles et :

$$E_p = -\mathcal{M}B.$$

L'énergie potentielle est minimale :

$$\boxed{\vec{\mathcal{M}} \parallel \vec{B} \quad \Longrightarrow \quad \text{équilibre stable}}$$

11.2 Équilibre instable

Pour :

$$\theta = \pi,$$

les vecteurs sont antiparallèles et :

$$E_p = +\mathcal{M}B.$$

L'énergie potentielle est maximale :

$$\boxed{\vec{\mathcal{M}} \text{ antiparallèle à } \vec{B} \quad \Longrightarrow \quad \text{équilibre instable}}$$

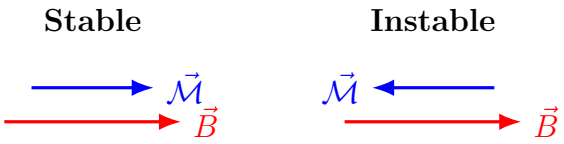

FIGURE 11 – Positions d'équilibre d'un dipôle magnétique dans un champ uniforme.

Interprétation physique

Un aimant libre tend naturellement à s'orienter dans le sens du champ. La position parallèle est restaurée après une petite perturbation : elle est stable. La position antiparallèle s'éloigne après une petite perturbation : elle est instable.

12 Champ magnétique tournant

On considère un champ de norme constante dont la direction tourne à la vitesse angulaire Ω :

$$\boxed{\vec{B}(t) = B\left[\cos(\Omega t)\vec{e}_x + \sin(\Omega t)\vec{e}_y\right]}$$

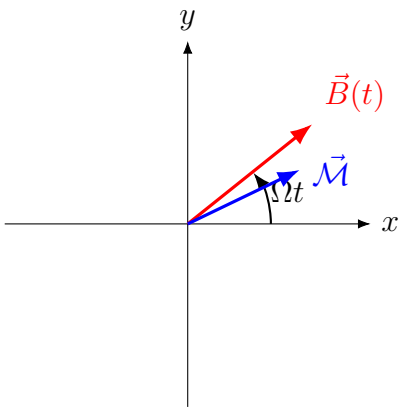

FIGURE 12 – Champ magnétique tournant entraînant un dipôle magnétique permanent.

Le dipôle subit :

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}}$$

Le couple tend à entraîner le dipôle dans la rotation du champ.

Lorsque le dipôle tourne à la même vitesse angulaire que le champ :

$$\boxed{\omega = \Omega}$$

on parle de fonctionnement synchrone.

Interprétation physique

Le champ tournant constitue un moyen de produire un couple continu. Un dipôle magnétique permanent peut être entraîné par ce champ : c'est l'idée physique fondamentale des moteurs synchrones à aimants permanents.

13 Bilan du chapitre

Résultat important

Force de Lorentz :

$$\boxed{\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}\right)}$$

Force de Laplace :

$$\boxed{d\vec{F} = I\, d\vec{\ell} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}}$$

Densité volumique de force :

$$\boxed{\vec{f_v} = \vec{j} \wedge \vec{B}_{\text{ext}}}$$

Moment magnétique :

$$\boxed{\vec{\mathcal{M}} = IS\vec{n}}$$

Couple magnétique :

$$\boxed{\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}}$$

Énergie potentielle :

$$\boxed{E_p = -\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}}$$

Puissance mécanique :

$$\boxed{\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{V} + \vec{\Gamma} \cdot \vec{\Omega}}$$

14 Exercices

Exercice 1 – Force de Lorentz

Un proton entre dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_z$ avec une vitesse initiale $\vec{v} = v\vec{e}_x$.

1. Déterminer la direction et le sens de la force magnétique.
2. Montrer que la norme de la vitesse reste constante.
3. Identifier qualitativement la trajectoire.

Exercice 2 – Barre conductrice

Une barre rectiligne de longueur $L = 20\,\text{cm}$ est parcourue par un courant $I = 5\,\text{A}$ et placée perpendiculairement à un champ uniforme $B = 0{,}40\,\text{T}$.

1. Calculer la force de Laplace.
2. Que devient cette force si la barre fait un angle de 30° avec le champ ?

Exercice 3 – Rails de Laplace

Une barre de masse m, de longueur L, glisse sans frottement sur deux rails parallèles. Elle est parcourue par un courant constant I et plongée dans un champ uniforme $\vec{B}$ orthogonal au plan des rails.

1. Déterminer la force de Laplace.
2. Établir l'accélération de la barre.
3. Si la barre part du repos, déterminer $v(t)$.
4. Calculer la puissance mécanique à l'instant t.

Exercice 4 – Spire rectangulaire

Une spire rectangulaire de côtés a et b, parcourue par un courant I, est placée dans un champ uniforme B. Son moment magnétique fait un angle θ avec le champ.

1. Donner le moment magnétique de la spire.
2. Calculer le couple exercé sur la spire.
3. Pour quelle valeur de θ le couple est-il maximal ?
4. Pour quelle valeur de θ est-il nul ?

Exercice 5 – Aimant et stabilité

Un petit aimant de moment magnétique $\mathcal{M}$ est placé dans un champ uniforme B.

1. Écrire son énergie potentielle en fonction de θ.
2. Déterminer les positions d'équilibre.
3. Étudier leur stabilité.

Exercice 6 – Champ tournant

Un dipôle magnétique permanent est placé dans le champ :

$$\vec{B}(t) = B\left[\cos(\Omega t)\vec{e}_x + \sin(\Omega t)\vec{e}_y\right].$$

1. Montrer que la norme du champ est constante.
2. Décrire son mouvement.
3. Expliquer qualitativement pourquoi le dipôle peut être entraîné en rotation.
4. Que signifie le fonctionnement synchrone ?

15 Corrigé des exercices

Corrigé de l'exercice 1

Pour un proton $q = e > 0$:

$$\vec{F}_m = e\,\vec{v} \wedge \vec{B}.$$

Avec :

$$\vec{v} = v\vec{e}_x, \qquad \vec{B} = B\vec{e}_z,$$

on a :

$$\vec{e}_x \wedge \vec{e}_z = -\vec{e}_y.$$

Donc :

$$\boxed{\vec{F}_m = -evB\,\vec{e}_y}$$

Comme :

$$\vec{F}_m \cdot \vec{v} = 0,$$

la force ne travaille pas :

$$\boxed{\frac{dE_c}{dt} = 0}$$

et la norme de la vitesse reste constante.

La force étant toujours perpendiculaire à la vitesse, la trajectoire est circulaire dans le plan perpendiculaire à $\vec{B}$.

Interprétation physique

Le champ magnétique joue le rôle d'une force centripète : il courbe la trajectoire sans accélérer la particule au sens énergétique.

Corrigé de l'exercice 2

Pour un conducteur perpendiculaire au champ :

$$F = ILB.$$

Avec :

$$I = 5\,\text{A}, \qquad L = 0{,}20\,\text{m}, \qquad B = 0{,}40\,\text{T},$$

on obtient :

$$\boxed{F = 5 \times 0{,}20 \times 0{,}40 = 0{,}40\,\text{N}}$$

À 30° :

$$F = ILB \sin 30°.$$

Donc :

$$\boxed{F = 0{,}20\,\text{N}}$$

Corrigé de l'exercice 3

La barre est perpendiculaire au champ :

$$\boxed{F_L = ILB}$$

D'après la deuxième loi de Newton :

$$ma = ILB$$

donc :

$$\boxed{a = \frac{ILB}{m}}$$

Si la barre part du repos :

$$v(t) = at$$

d'où :

$$\boxed{v(t) = \frac{ILB}{m}t}$$

La puissance est :

$$\mathcal{P} = F_L v.$$

Donc :

$$\boxed{\mathcal{P}(t) = ILB\,\frac{ILB}{m}t = \frac{I^2L^2B^2}{m}t}$$

Corrigé de l'exercice 4

La surface vaut :

$$S = ab.$$

Donc :

$$\boxed{\vec{\mathcal{M}} = Iab\,\vec{n}}$$

Le couple vaut :

$$\boxed{\Gamma = IabB\sin\theta}$$

Il est maximal pour :

$$\boxed{\theta = \frac{\pi}{2}}$$

et nul pour :

$$\boxed{\theta = 0 \quad \text{ou} \quad \theta = \pi}$$

Corrigé de l'exercice 5

L'énergie potentielle est :

$$\boxed{E_p = -\mathcal{M}B\cos\theta}$$

Les positions d'équilibre vérifient :

$$\frac{dE_p}{d\theta} = 0.$$

Or :

$$\frac{dE_p}{d\theta} = \mathcal{M}B\sin\theta.$$

Donc :

$$\theta = 0 \qquad \text{ou} \qquad \theta = \pi.$$

À $\theta = 0$, l'énergie est minimale :

$$\boxed{\text{équilibre stable}}$$

À $\theta = \pi$, l'énergie est maximale :

équilibre instable

Corrigé de l'exercice 6

On calcule :

$$\|\vec{B}(t)\| = B\sqrt{\cos^2(\Omega t) + \sin^2(\Omega t)}.$$

Donc :

$$\boxed{\|\vec{B}(t)\| = B}$$

La norme est constante tandis que la direction tourne à la vitesse angulaire Ω.
Le dipôle subit le couple :

$$\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}.$$

Ce couple tend continuellement à aligner $\vec{\mathcal{M}}$ sur $\vec{B}$, ce qui peut entraîner le dipôle en rotation.
Le fonctionnement synchrone correspond à :

$$\boxed{\omega = \Omega}$$

c'est-à-dire que le dipôle tourne à la même vitesse angulaire que le champ.