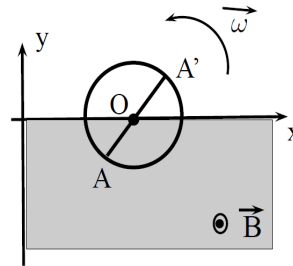


TD : Induction électromagnétisme
Exercice : 1 *Courants induits dans une roue*

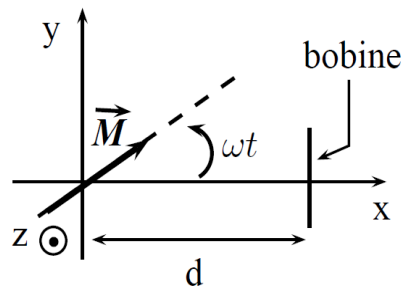
La circonférence et un diamètre d'une roue de rayon a sont conducteur et ont la même résistance R . La roue est mobile autour de l'axe Oz , avec une vitesse de rotation ω .

Un champ magnétique permanent $\vec{B} = B\vec{e}_z$ est imposé sur la moitié $y < 0$ de la roue, le champ magnétique étant nul pour $y > 0$. En l'absence de source, déterminer les courants et le moment des actions de Laplace par rapport à l'axe de rotation.


Exercice : 2 *Courants induits par un aimant tournant*

Un aimant, assimilé à un dipôle magnétique de moment $\vec{M}$, tourne avec une vitesse angulaire constante ω autour de son axe (Oz). Une bobine plate de N spires d'aire S et de résistance électrique R , normales à l'axe (Ox), est placée sur l'axe (Ox) à une distance d , très grande devant ses dimensions et devant celles de l'aimant.

1. Calculer le courant $i(t)$ dans la spire en négligeant l'influence du champ magnétique propre de la bobine.
2. Calculer l'ordre de grandeur du champ magnétique propre au voisinage du centre de la bobine, puis discuter la validité de l'hypothèse précédente.


Exercice : 3 *Champ électromoteur dans un cylindre en rotation*

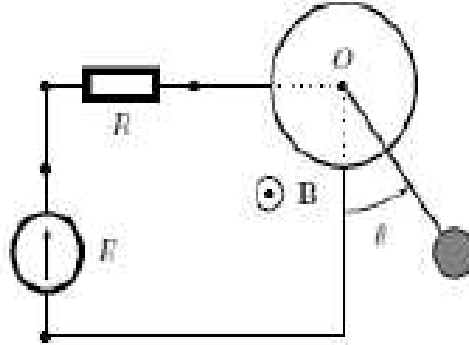
Un cylindre conducteur, homogène, de rayon a très long, est en rotation de vitesse angulaire constante ω autour de son axe (Oz). Un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_z$ est appliqué. Montrer qu'en régime permanent, il existe des charges électriques dans le cylindre et sur sa surface (on pourra faire toute approximation utile).

Exercice : 4 *Champ électromoteur dans un cylindre en rotation*

Soit une roue de Barlow sur laquelle, de rayon a , est fixée rigidement une tige de masse négligeable portant une surcharge m située à la distance b du centre de la roue. Le moment d'inertie total du système mobile

en rotation par rapport à l'axe horizontal de la roue est J . La roue fait partie d'un circuit comprenant un générateur de tension de f.e.m E et une résistance totale R . On négligera l'inductance propre de ce circuit. La roue est plongée dans un champ magnétique horizontal uniforme $\vec{B} = B\vec{e}_x$.

1. Déterminer la position d'équilibre du système dans le champ de pesanteur.
2. Déterminer la période des oscillations de faible amplitude.



Exercice : 5 Roue de Barlow

Un disque métallique de centre O , de rayon a , est lancé avec une vitesse angulaire $\vec{\omega}$ autour de son axe, dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme permanent, perpendiculaire au plan du disque. Des contacts glissants sur l'axe et sur du mercure liquide permettent de relier le circuit sur un dipôle extérieur (cf. figure).

1. Déterminer l'expression de la f.e.m induite. Que donne l'application de la loi de Faraday? Commenter.
 A.N : $B = 1 \text{ T}$; $a = 10 \text{ cm}$; $\omega = 3000 \text{ tr/min}$.
2. Le dipôle extérieur est une résistance. Déterminer l'intensité du courant induit i en fonction de B , a , ω (vitesse angulaire instantanée de la roue) et R (résistance totale du circuit).
3. Etablir l'équation différentielle vérifiée par ω .
 On notera J le moment d'inertie du disque par rapport à son axe de rotation.
 En déduire l'expression de ω et de i en fonction du temps.
4. Effectuer un bilan énergétique.

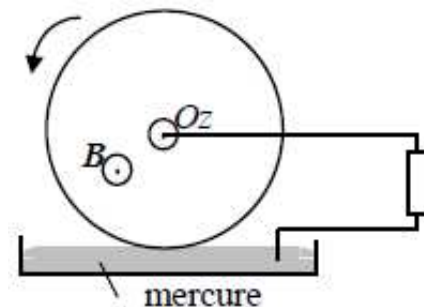


FIGURE 1 – Roue de Barlow

Exercice : 6 Induction et conversion d'énergie

Une tige rectiligne de longueur a , de masse m et de résistance R effectue un mouvement de translation le long de la verticale descendante $\vec{e}_z$ en restant parallèle à une direction horizontale et tout en fermant un circuit rectangulaire qui comporte une bobine d'inductance L . La résistance totale du circuit est R quelque soit la position de la tige. L'ensemble du dispositif est plongé dans un champ magnétique $\vec{B} = -B\vec{e}_y$ uniforme et permanent. La tige est abandonnée à $t = 0$, avec une vitesse nulle. Son glissement s'effectue sans frottements, on notera v sa vitesse.

1. En notant i l'intensité du courant qui circule à l'instant t , écrire une équation différentielle faisant intervenir i et sa dérivée par rapport au temps. Le sens arbitrairement choisi pour l'intensité i est

donné sur la figure.

- Établir une équation différentielle liant v et sa dérivée par rapport au temps.
- En combinant convenablement les deux équations précédentes, faire apparaître une équation en puissance. On écrira le premier membre de cette équation comme la dérivée d'une énergie que l'on identifiera.
- Ecrire une équation différentielle faisant intervenir uniquement i .

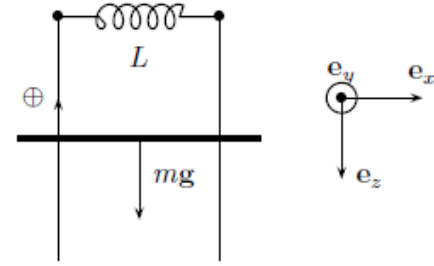


FIGURE 2 – Chute d'une tige

- Dans le cas d'une résistance assez grande, décrire qualitativement l'évolution des fonctions $i(t)$ et $v(t)$. Mettre en évidence un couple de valeurs particulières i_0 et v_0 dont on expliquera la signification physique.
- Dans l'hypothèse inverse d'une résistance négligeable, calculer explicitement les fonctions $i(t)$, $v(t)$ et $z(t)$. Analyser la situation obtenue d'un point de vue énergétique.

Exercice : 7 Principe d'un sismographe à détection électromagnétique

Un sismographe est constitué d'un bâti (A), rigidement lié au sol, auquel on suspend par un système ressort amortisseur un cylindre de masse élevée m . Ce cylindre est aussi un aimant cylindrique, dont le cylindre intérieur est le pôle nord et le cylindre extérieur le pôle sud.

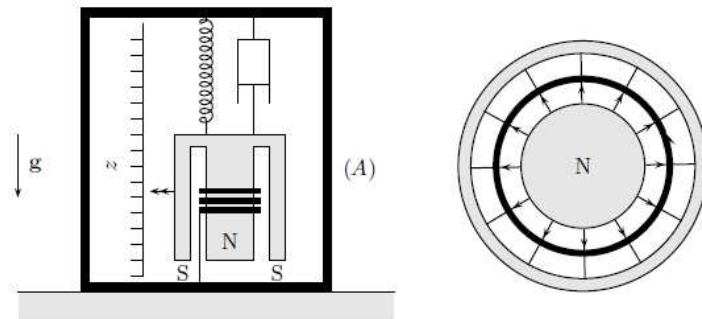


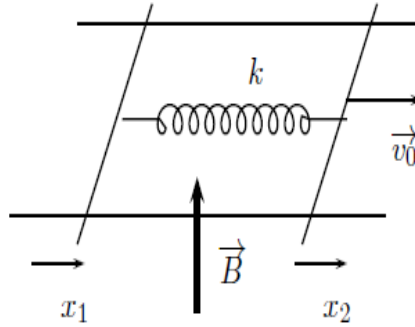
FIGURE 3 – sismographe à détection électromagnétique

La même figure montre les lignes de champ (radiales) du champ magnétique, et le circuit de détection, formé de N spires circulaires de même rayon a , liées au bâti, orientées comme l'indique la figure. Le champ magnétique au niveau de la boucle de détection est d'intensité constante B_0 . On note k la constante de raideur du ressort et $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$; durant le passage d'une onde sismique, le sol est soumis à l'accélération verticale $\vec{a} = \gamma_0 \cos(\Omega t) \vec{e}_z$, l'axe (Oz) étant vertical ascendant. On étudie les vibrations du sismographe, c'est-à-dire les oscillations verticales $z(t)$ de la masse m relativement au bâti, par rapport à sa position d'équilibre en l'absence d'onde sismique. Pour cela, le circuit de détection est ouvert et on mesure la tension $u(t)$ à ses bornes.

- Justifier soigneusement l'équation différentielle $\ddot{z} + 2\xi\omega_0\dot{z} + \omega_0^2 z = -\gamma_0 \cos(\Omega t)$.
- Expliciter la force électromotrice induite le long du circuit de détection.
- Déterminer, en régime harmonique, la fonction de transfert complexe $\bar{K} = -\frac{\bar{u}}{\omega_0}$, où u est la tension aux bornes du circuit de détection. Commenter.

Exercice : 8 *barres couplées par un ressort dans un champ magnétique*

Considérons le système de deux barres identiques de masse m , en mouvement sans frottement sur deux rails fixes parallèles, horizontaux, distantes de a ; l'ensemble est soumis sous l'action d'un champ magnétique uniforme et permanent verticale $\vec{B} = B\vec{e}_z$.



1. Donner, par un raisonnement qualitatif, le sens du courant induit $i(t)$.
2. Déterminer les équations différentielles du mouvement vérifiées par $x_1(t)$ et $x_2(t)$
3. Résoudre ces équations, en utilisant les conditions initiales suivantes : La barre (2) possède une vitesse à $t=0$ $\vec{v}_{(t=0)} = v_0\vec{e}_x$, la barre (1) est immobile. La longueur du ressort est l_0 sa longueur à vide.

Exercice : 9 *Principe d'un moteur linéaire*

Un ensemble d'électro-aimants (non représentés ci-dessous) crée le long d'un axe (Ox) un champ magnétique dépendant du temps et de l'abscisse, de la forme : $\vec{B} = f(u)\vec{e}_z$ avec $u = t - \frac{x}{v_0}$.

Un conducteur se déplace le long de l'axe (Ox) avec une vitesse v . On modélise ce conducteur par une spire rectangulaire MNPQ de dimensions a et b , normale à $\vec{e}_z$, de résistance R et d'inductance négligeable. L'abscisse du côté MN du cadre est notée $X(t)$.

1. Décrire $\vec{B}(x, t)$.
2. Calculer la force magnétique qui s'exerce sur le conducteur en fonction de b , R , v_0 , v et de valeurs particulières $f(u_1), f(u_2)$ de la fonction f . On précisera les expressions de u_1 et u_2 en fonction t , X , v_0 et a . Discuter son signe à partir de la loi de Lenz.

