

## Corrigé - TD Optique géométrique

### Exercice 1 - lame à faces parallèles

Soit  $i$  l'angle d'incidence et  $r$  l'angle dans la lame d'indice  $n$ . À la première face,  $\sin i = n \sin r$ . À la seconde face, les faces étant parallèles, l'incidence vaut  $r$  et  $n \sin r = \sin i'$ , donc  $i' = i$  : le rayon émergent est parallèle au rayon incident.

Le décalage latéral est

$$d = e \frac{\sin(i - r)}{\cos r}.$$

Quand  $i \rightarrow 90^\circ$ ,  $r \rightarrow \arcsin(1/n)$  et  $d \rightarrow e$ . Pour  $e = 1 \text{ cm}$ ,  $d_{\max} = 1 \text{ cm}$  (limite d'incidence rasante). Dans l'approximation de Gauss,  $\tan i \simeq i$ ,  $\tan r \simeq r$  et  $i \simeq nr$ . La profondeur apparente conduit à

$$AA_0 = e \left( 1 - \frac{1}{n} \right).$$

Le déplacement apparent est dans le sens de propagation. Pour  $e = 1 \text{ mm}$  :  $AA_0 = 1(1 - 1/n) \text{ mm}$ .

#### Remarque

L'énoncé ne donne pas la valeur numérique de  $n$  : on ne peut donc pas fournir une valeur numérique unique pour la question 2.

Si les faces ne sont pas parallèles, la lame se comporte comme un prisme de faible angle : le rayon émergent est dévié.

### Exercice 2 - Prisme à réflexion totale

Le rayon entre normalement par une face du prisme isocèle rectangle et atteint l'hypoténuse sous  $i = 45^\circ$ . La réflexion totale exige  $i > i_c$  avec  $\sin i_c = 1/n$  :

$$\frac{1}{n} < \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} \implies \boxed{n > \sqrt{2}}.$$

Le prisme dévie alors le faisceau de  $90^\circ$ . Deux prismes convenablement orientés permettent deux réflexions totales et renvoient le faisceau en sens inverse (déviation globale de  $180^\circ$ ).

### Exercice 3 - Flotteur

La limite de visibilité correspond au rayon issu du bas de la partie cachée et arrivant au bord du disque avec l'angle critique  $i_c$ . On a

$$\tan i_c = \frac{r}{h}, \quad \sin i_c = \frac{1}{n}.$$

Or  $\tan i_c = 1/\sqrt{n^2 - 1}$ , d'où

$$\boxed{h = r\sqrt{n^2 - 1}}.$$

Phénomènes : réfraction eau-air et réflexion totale pour les incidences supérieures à  $i_c$ .

### Exercice 4 - Miroirs plans parallèles

Chaque image donnée par un miroir sert d'objet pour l'autre miroir, puis le processus se répète. Pour deux miroirs plans parallèles idéaux de dimensions infinies :

$$\boxed{\text{nombre d'images : infini.}}$$

### Exercice 5 - Taille d'un miroir

Par la loi de la réflexion, le point du miroir permettant de voir les pieds est à mi-hauteur entre les yeux et les pieds ; celui permettant de voir le sommet de la tête est à mi-hauteur entre les yeux et le sommet. Pour une taille  $H = 1,80 \text{ m}$  :

$$L_{\min} = \frac{H}{2} = 0,90 \text{ m}.$$

Si les yeux sont à la hauteur  $h_e$ , le bord inférieur est à  $h_e/2$  et le bord supérieur à  $(h_e + H)/2$ . Le résultat est indépendant de la distance au miroir.

### Exercice 6 - Image d'un poisson dans un aquarium

Pour un dioptre plan, dans les conditions de Gauss,

$$\frac{n_2}{SA'} = \frac{n_1}{SA}.$$

Pour un poisson dans l'eau ( $n_1 = n$ ) observé depuis l'air ( $n_2 \simeq 1$ ), si sa profondeur réelle vaut  $d$  :

$$d_{\text{app}} = \frac{d}{n}.$$

L'image est virtuelle, droite, et paraît plus proche de la paroi. Chaque point subit le même facteur longitudinal paraxial : le poisson paraît rapproché de la vitre.

### Exercice 7 - Fibre optique

À l'entrée air-coeur :  $\sin i_{\max} = n_c \sin r$ . À la limite de réflexion totale coeur-gaine,  $\sin i_c = n_g/n_c$  et l'incidence sur la gaine vaut  $90^\circ - r$ , donc  $\cos r = n_g/n_c$ . Ainsi

$$ON = \sin i_{\max} = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}.$$

Avec  $n_c = 1,48$  et  $n_g = 1,46$  :

$$ON \simeq 0,2425, \quad i_{\max} \simeq 14,0^\circ.$$

### Exercice 8 - Courbure d'une fibre optique

On considère le rayon le plus défavorable dans la fibre courbée. Si  $R$  désigne le rayon de courbure de la ligne médiane, la géométrie donne à la paroi extérieure

$$\sin i_{\min} = \frac{R - d/2}{R + d/2}.$$

Il faut  $\sin i_{\min} \geq n_2/n_1$ . D'où

$$R \geq \frac{d}{2} \frac{n_1 + n_2}{n_1 - n_2}.$$

Avec  $d = 0,05 \text{ mm}$ ,  $n_1 = 1,66$ ,  $n_2 = 1,52$  :

$$R_{\min} \simeq 0,568 \text{ mm}.$$

**Remarque**

Cette valeur utilise la convention où  $R$  est mesuré jusqu'à la ligne médiane de l'âme, conformément au schéma. Une autre définition géométrique de  $R$  décale la formule de  $d/2$ .

**Exercice 9 - Lentilles minces**

On utilise la relation de Descartes

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}, \quad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}.$$

**Lentille convergente  $f' = +3$  cm.**

| $\overline{OA}$ (cm) | $\overline{OA'}$ (cm) | $\gamma$ | Nature    | sens      |
|----------------------|-----------------------|----------|-----------|-----------|
| -4                   | +12                   | -3       | réelle    | renversée |
| -2                   | -6                    | +3       | virtuelle | droite    |
| +10                  | $30/13 \simeq 2,31$   | $3/13$   | réelle    | droite    |

Pour un objet de 2 cm, les tailles algébriques sont respectivement -6 cm, +6 cm et  $6/13 \simeq 0,462$  cm.

**Lentille divergente  $f' = -3$  cm.**

| $\overline{OA}$ (cm) | $\overline{OA'}$ (cm) | $\gamma$ | Nature    | sens      |
|----------------------|-----------------------|----------|-----------|-----------|
| -5                   | $-15/8 = -1,875$      | $3/8$    | virtuelle | droite    |
| +1,5                 | +3                    | +2       | réelle    | droite    |
| +5                   | -7,5                  | -1,5     | virtuelle | renversée |

Ces valeurs fixent directement les constructions graphiques à l'échelle 1/1 demandées par l'énoncé.

**Exercice 10 - Loupe**

$f' = +8$  cm et  $\overline{OA} = -6$  cm. Donc

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{8} - \frac{1}{6} = -\frac{1}{24} \Rightarrow \boxed{\overline{OA'} = -24 \text{ cm}}.$$

$$\boxed{\gamma = \frac{-24}{-6} = +4}.$$

L'image est virtuelle, droite et quatre fois plus grande. Le timbre  $3 \times 2$  cm donne une image  $12 \times 8$  cm. Pour le tracé : un rayon passant par  $O$  n'est pas dévié ; un rayon incident parallèle à l'axe émerge en direction de  $F'$  ; les prolongements arrière des rayons émergents se coupent en l'image virtuelle.

**Exercice 11 - Lunette astronomique**

Le diamètre apparent de la Lune vaut, aux petits angles,

$$\alpha \simeq \frac{D}{L} = \frac{3450}{380000} = 9,08 \times 10^{-3} \text{ rad} \simeq 0,520^\circ.$$

L'objectif forme une image réelle renversée dans son plan focal image  $F'_1$  :  $A_1B_1 \simeq f'_1\alpha$ . Pour que l'image finale soit à l'infini,  $A_1B_1$  doit être dans le plan focal objet de l'oculaire :  $F'_1 = F_2$ . La lunette est afocale et sa longueur vaut

$$O_1O_2 = f'_1 + f'_2 = 5,10 \text{ m}.$$

Le grossissement angulaire est

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f'_2} = -\frac{5}{0,10} = -50.$$

Donc  $|\alpha'| \simeq 0,454$  rad : la Lune est vue sous un angle 50 fois plus grand (image renversée).

### Exercice 12 - Tracé d'un rayon pour un miroir concave

Deux méthodes de construction :

1. Choisir un rayon auxiliaire incident parallèle au rayon 1 et passant par le sommet d'un objet fictif. Construire son rayon réfléchi avec les règles usuelles ; les rayons issus du même point objet doivent converger vers le même point image, ce qui fixe le rayon réfléchi associé au rayon 1.
2. Repérer le point où le rayon incident (ou son prolongement) coupe le plan focal objet. Le faisceau issu de ce point focal donne après réflexion un faisceau parallèle dans la direction déterminée par le rayon passant par le sommet du miroir. On en déduit le rayon réfléchi recherché.

La construction exacte est celle de la figure de l'énoncé ; aucune donnée métrique n'est fournie.

### Exercice 13 - Miroir convexe

Avec la convention orientée du sujet :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}}, \quad \boxed{\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}}, \quad \overline{SC} = +60 \text{ cm}.$$

- 1)  $\overline{SA} = -30 \text{ cm}$  :  $\overline{SA'} = +15 \text{ cm}$  et  $\gamma = +1/2$ . Image virtuelle, droite, réduite.
- 2)  $\overline{SA} = +15 \text{ cm}$  :  $\overline{SA'} = -30 \text{ cm}$  et  $\gamma = +2$ . Le résultat est le retour inverse du cas précédent (principe de réversibilité de la lumière).
- 3)  $\gamma = -1/2$  donne  $\overline{SA'} = \overline{SA}/2$ . Avec la conjugaison :  $3/\overline{SA} = 1/30$ , donc

$$\boxed{\overline{SA} = +90 \text{ cm}}, \quad \boxed{\overline{SA'} = +45 \text{ cm}}.$$

L'objet est virtuel ; l'image est virtuelle avec la convention géométrique du schéma et le grandissement négatif impose une inversion transverse.

### Exercice 14 - Autocollimation

Pour un miroir sphérique,

$$\boxed{G = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{p'}{p}}.$$

Si l'image se forme dans le plan de l'objet,  $p' = p$ , donc

$$\boxed{G = -1}.$$

La relation de conjugaison  $1/p' + 1/p = 2/R$  donne alors  $2/p = 2/R$ , soit

$$\boxed{p = R = \overline{SC}}.$$

L'objet est donc au centre de courbure  $C$  ; son image se superpose à lui, renversée et de même taille. Expérimentalement, on déplace l'objet jusqu'à superposition nette objet-image : la distance sommet-objet vaut  $|R|$ , puis  $|f'| = |R|/2$ .

### Exercice 15 - Principe du télescope de Cassegrain

Le Soleil est à l'infini. Le miroir primaire seul forme donc son image dans son plan focal, à 100 cm de  $S_1$ . Son diamètre serait

$$D_1 \simeq f'_1(2\alpha) = 100 \times 10^{-2} = 1 \text{ cm}.$$

Le système complet donne au voisinage de  $S_1$  une image de diamètre 5 cm : le miroir secondaire fournit donc un grandissement transversal de module 5.

Notons  $d = S_1S_2$  (avec  $S_2$  entre le primaire et le foyer primaire). Pour le secondaire, les distances géométriques au foyer primaire et à l'image finale valent  $100 - d$  et  $d$ . Ainsi

$$\frac{d}{100 - d} = 5 \quad \Rightarrow \quad \boxed{S_1S_2 = d = 83,3 \text{ cm}}.$$

La relation du miroir secondaire donne, en valeur absolue,

$$|f'_2| = \frac{(100 - d)d}{100} = 13,9 \text{ cm}.$$

Le secondaire étant convexe, sa focale est négative dans la convention usuelle :

$$\boxed{f'_2 \simeq -13,9 \text{ cm}}.$$

#### Remarque

Le texte du sujet dit que l'image de diamètre 5 cm « se forme en  $S_1$  ». Le calcul ci-dessus interprète littéralement cette indication et utilise les distances géométriques du schéma.

### Exercice 16 - Téléobjectif à deux miroirs

Le miroir primaire a  $f_1 = 30$  cm. Son foyer serait donc à 30 cm en avant de  $S_1$ . Or  $S_1S_2 = 20$  cm : par rapport à  $S_2$ , le faisceau convergerait 10 cm plus loin. Après réflexion sur  $M_2$ , il doit converger sur le film situé 8 cm derrière  $S_1$ , donc à 28 cm de  $S_2$ .

Avec les distances orientées adaptées au trajet sur  $M_2$  :

$$\frac{1}{f'_2} = \frac{1}{28} - \frac{1}{10} = -\frac{9}{140},$$

soit

$$\boxed{f'_2 = -15,56 \text{ cm}}, \quad \boxed{R_2 = 2f'_2 \simeq -31,1 \text{ cm}}.$$

Le faisceau réfléchi par  $M_1$  est un cône de diamètre 10 cm au primaire et nul 30 cm plus loin. À 20 cm du primaire :

$$\boxed{d_2 = 10 \left(1 - \frac{20}{30}\right) = 3,33 \text{ cm}}.$$

Après  $M_2$ , le cône passe de  $d_2 = 3,33$  cm à zéro sur le film, distant de 28 cm. Au plan de  $S_1$ , situé à 20 cm de  $S_2$  (donc 8 cm avant le film) :

$$\boxed{d_3 = d_2 \frac{8}{28} \simeq 0,95 \text{ cm}}.$$

### Exercice 17 - Tracés de rayons et caractérisation des lentilles

On utilise trois propriétés : (i) un rayon passant par  $O$  n'est pas dévié ; (ii) un faisceau incident parallèle émerge en passant par  $F'$  (ou semble provenir de  $F'$  pour une divergente) ; (iii) un rayon

passant par  $F$  émerge parallèle à l'axe.

**Figure 1.** Le rayon est dévié vers l'axe : la lentille est convergente. On construit un rayon incident parallèle au rayon donné passant par  $O$  ; son émergent non dévié fixe, avec l'émergent du rayon 1, un point du plan focal image et donc  $F'$ . Par réversibilité on obtient  $F$  symétriquement dans l'approximation de la lentille mince dans l'air.

**Figure 2.** Deux rayons issus de  $A$  ressortent en divergeant. Leurs prolongements arrière se coupent : ce point est  $A'$ . L'image est donc virtuelle et se trouve à gauche de la lentille. La construction des foyers se fait avec un rayon auxiliaire parallèle et le rayon passant par  $O$ .

**Figure 3.** Les rayons incidents convergent vers  $A$  :  $A$  est ici un objet virtuel. Les rayons émergents représentés permettent de trouver leur intersection (ou celle de leurs prolongements) et donc  $A'$ . La nature réelle/virtuelle découle du côté où cette intersection est effectivement parcourue par les rayons.

**Figure 4.** Comme  $(R_2)$  est parallèle à  $(R_1)$ , leurs rayons émergents doivent passer par le même point du plan focal image. On prolonge donc l'émergent de  $(R_1)$  jusqu'au plan focal image ; le rayon émergent correspondant à  $(R_2)$  est la droite joignant son point d'incidence sur la lentille à ce même point focal secondaire.

#### Remarque

L'exercice 17 est volontairement graphique et le document ne fournit aucune échelle ni coordonnée. Les positions numériques de  $F$ ,  $F'$  et  $A'$  ne peuvent donc pas être données de façon unique à partir du texte extrait ; elles se déterminent directement sur les quatre schémas du sujet.