

Induction électromagnétique et conversion d'énergie

1 Flux d'un champ magnétique

Considérons une surface orientée $\mathcal{S}$, de vecteur élémentaire :

$$d\vec{S} = \vec{n} dS.$$

Le flux du champ magnétique $\vec{B}$ à travers $\mathcal{S}$ est :

$$\Phi_B = \iint_{\mathcal{S}} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Si le champ est uniforme et la surface plane :

$$\Phi_B = BS \cos \theta$$

où θ est l'angle entre $\vec{B}$ et la normale $\vec{n}$ à la surface.

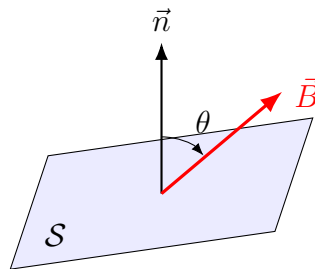


FIGURE 1 – Flux magnétique à travers une surface orientée.

Interprétation physique

Le flux magnétique mesure, de manière algébrique, la quantité de champ magnétique qui traverse la surface. Il dépend donc à la fois de la valeur du champ, de la surface et de son orientation.

Remarque

Le signe du flux dépend du choix de l'orientation de la surface. Inverser la normale $\vec{n}$ change le signe de Φ_B .

2 Induction électromagnétique

Une variation du flux magnétique traversant un circuit peut créer une force électromotrice et, si le circuit est fermé, un courant induit.

La variation du flux peut provenir :

- d'une variation de l'intensité du champ B ;

- d'une variation de la surface S ;
- d'une variation de l'orientation de la surface ;
- d'un déplacement relatif entre le circuit et la source du champ.

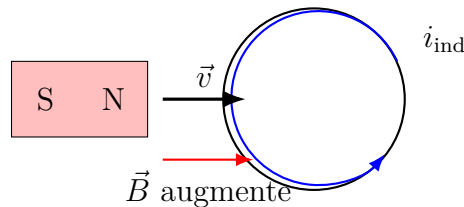


FIGURE 2 – Approche d'un aimant : le flux magnétique à travers la boucle varie.

Interprétation physique

L'induction apparaît qu'un circuit "voit" son flux magnétique changer. Ce n'est donc pas seulement le champ qui compte, mais surtout sa **variation de flux**.

3 Loi de Faraday

La force électromotrice induite dans un circuit orienté est :

$$e = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Pour une bobine de N spires soumises au même flux :

$$e = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Résultat important

Une variation rapide du flux produit une force électromotrice importante. La loi de Faraday relie directement la variation temporelle du flux à la tension induite.

Interprétation physique

Si le flux reste constant, il n'y a pas de force électromotrice induite. Un champ magnétique intense mais parfaitement constant peut donc ne produire aucune induction dans un circuit immobile.

Remarque

Dans les situations où le circuit est déformable, change de topologie, ou lorsque les hypothèses quasi-stationnaires ne sont plus adaptées, il faut revenir à une formulation électromagnétique plus générale.

4 Loi de Lenz

Le signe moins dans la loi de Faraday traduit la loi de Lenz :

Le courant induit s'oppose, par ses effets, à la cause qui lui a donné naissance.

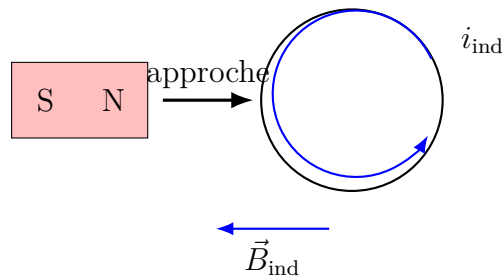


FIGURE 3 – Loi de Lenz : le champ induit s'oppose à l'augmentation du flux.

Interprétation physique

La loi de Lenz est une conséquence de la conservation de l'énergie. Si le courant induit renforçait spontanément la variation qui l'a créé, le système pourrait produire de l'énergie sans apport extérieur.

5 Courant induit

Si le circuit fermé possède une résistance totale R :

$$i = \frac{e}{R}.$$

Donc :

$$i = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Interprétation physique

Le sens du courant est déterminé par Lenz ; sa valeur dépend de la vitesse de variation du flux et de la résistance du circuit.

6 Auto-induction

Un circuit parcouru par un courant crée son propre champ magnétique. Le flux de ce champ à travers le circuit est appelé **flux propre**.

Pour un circuit linéaire :

$$\Phi_{\text{propre}} = Li$$

où L est l'inductance propre du circuit.

Son unité est le henry :

$$[L] = \text{H}.$$

Lorsque le courant varie :

$$e_L = -\frac{d\Phi_{\text{propre}}}{dt}.$$

Si L est constante :

$$e_L = -L \frac{di}{dt}$$

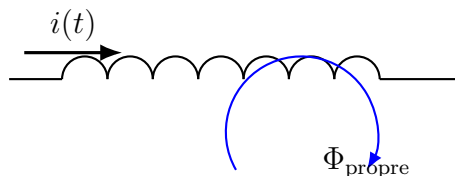


FIGURE 4 – Auto-induction : le courant d'une bobine crée son propre flux.

Interprétation physique

Une bobine s'oppose aux variations rapides du courant qui la traverse. Plus L est grande, plus le circuit possède une forte "inertie électrique" vis-à-vis des variations de courant.

Remarque

L'ordre de grandeur de L dépend fortement de la géométrie et du noyau magnétique. Une bobine de grande longueur ou munie d'un noyau ferromagnétique peut posséder une inductance beaucoup plus élevée qu'une petite boucle.

7 Mutuelle induction

Deux circuits proches peuvent être couplés magnétiquement.

Le courant i_1 dans le circuit 1 crée un flux dans le circuit 2 :

$$\Phi_{21} = M_{21}i_1$$

et réciproquement :

$$\Phi_{12} = M_{12}i_2$$

Dans le cadre usuel des circuits linéaires :

$$M_{12} = M_{21} = M$$

C'est le théorème de Neumann.

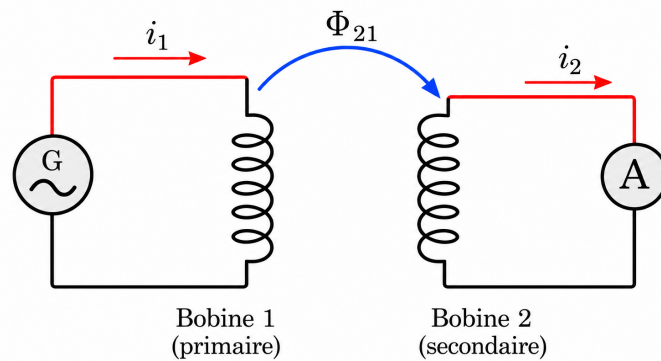


FIGURE 5 – Deux bobines couplées inductivement. La bobine 1 (primaire) est alimentée par un générateur alternatif. La variation du courant i_1 crée un flux magnétique Φ_{21} à travers la bobine 2 (secondaire), dans laquelle l'ampèremètre mesure le courant induit i_2 .

Les f.é.m. induites sont :

$$e_2 = -M \frac{di_1}{dt}$$

et :

$$e_1 = -M \frac{di_2}{dt}$$

Interprétation physique

Une variation de courant dans une bobine peut créer une tension dans une autre sans contact électrique direct. C'est le principe physique essentiel du transformateur.

8 Circuits couplés par induction mutuelle

Pour deux circuits couplés :

$$\Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2,$$

$$\Phi_2 = L_2 i_2 + M i_1.$$

Les tensions induites associées sont alors :

$$e_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt},$$

$$e_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}.$$

Interprétation physique

Chaque circuit possède sa propre auto-induction, mais il ressent aussi les variations de courant de l'autre circuit gr à la mutuelle induction.

9 ude énergétique d'une bobine

Pour une bobine idéale :

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

en convention récepteur.

La puissance reçue est :

$$p = u_L i.$$

Donc :

$$p = Li \frac{di}{dt}.$$

Or :

$$Li \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right).$$

L'énergie magnétique stockée est donc :

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2$$



$$E_m = \frac{1}{2} Li^2$$

FIGURE 6 – ergie magnétique stockée dans une bobine.

Interprétation physique

Une bobine ne dissipe pas idéalement l'énergie : elle la stocke sous forme magnétique puis peut la restituer. Cela explique pourquoi le courant ne peut pas varier brutalement dans une inductance idéale.

10 Energie de deux circuits couplés

Pour deux bobines couplées :

$$E_m = \frac{1}{2}L_1 i_1^2 + \frac{1}{2}L_2 i_2^2 + M i_1 i_2$$

avec le signe du terme mutuel dépendant des conventions d'orientation choisies.

Interprétation physique

L'énergie magnétique totale contient une partie propre à chaque bobine et une partie d'interaction entre les deux circuits.

11 Conversion de puissance mécanique en puissance électrique

11.1 Rails de Laplace : fonctionnement générateur

Une barre conductrice de longueur L se déplace à la vitesse v sur deux rails dans un champ uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan.

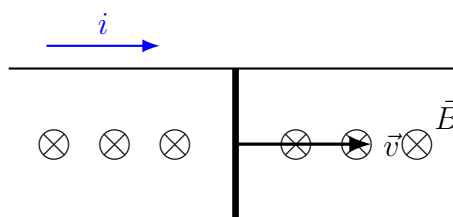


FIGURE 7 – Rails de Laplace en fonctionnement générateur.

La f.é.m. induite vaut :

$$e = BLv$$

en valeur absolue, dans la configuration orthogonale.

Si le circuit a une résistance R :

$$i = \frac{BLv}{R}$$

Le courant induit crée une force de Laplace qui s'oppose au mouvement :

$$F_L = iLB$$

Interprétation physique

L'énergie mécanique fournie pour déplacer la barre est convertie en énergie électrique puis éventuellement dissipée par effet Joule. La force de Laplace induite s'oppose au mouvement conformément à Lenz.

11.2 Bilan de puissance

La puissance mécanique fournie vaut :

$$P_{\text{mec}} = F_{\text{ext}}v.$$

En régime de vitesse constante, $F_{\text{ext}} = F_L$, donc :

$$P_{\text{mec}} = iLBv.$$

Or :

$$e = BLv.$$

Donc :

$$P_{\text{mec}} = ei$$

Dans une résistance :

$$ei = Ri^2.$$

Ainsi :

$$P_{\text{mec}} = P_{\text{elec}} = P_J$$

dans le modèle idéal.

Interprétation physique

Le bilan énergétique montre clairement que l'électricité produite ne vient pas "gratuitement" du champ magnétique : elle provient du travail mécanique effectué sur la barre.

12 Spire rectangulaire en rotation : génératrice

Une spire de surface S tourne à la vitesse angulaire ω dans un champ magnétique uniforme.

Si :

$$\theta(t) = \omega t,$$

alors :

$$\Phi(t) = NBS \cos(\omega t).$$

D'après Faraday :

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Donc :

$$e(t) = NBS\omega \sin(\omega t)$$

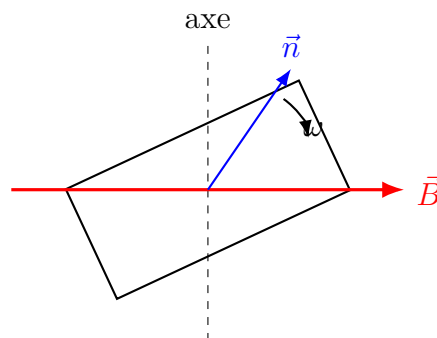


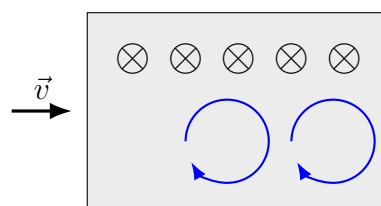
FIGURE 8 – Spire tournante dans un champ uniforme : principe de la génératrice.

Interprétation physique

La rotation transforme une variation périodique d'orientation en variation périodique de flux. On obtient naturellement une tension alternative. C'est le principe de base d'un alternateur.

13 Freinage par induction

Lorsqu'une pièce conductrice se déplace dans un champ magnétique non uniforme ou variable, des courants induits apparaissent dans son volume : ce sont les **courants de Foucault**.



courants de Foucault

FIGURE 9 – Courants de Foucault responsables du freinage par induction.

Interprétation physique

D'après la loi de Lenz, les courants de Foucault produisent des forces qui s'opposent au mouvement. L'énergie mécanique est principalement convertie en chaleur dans le conducteur.

Applications : freinage électromagnétique, ralentisseurs, amortissement d'instruments de mesure, chauffage par induction.

14 Conversion de puissance électrique en puissance mécanique

14.1 Rails de Laplace : fonctionnement moteur

Si un générateur impose un courant I dans la barre :

$$F_L = ILB$$

La barre est mise en mouvement.

Interprétation physique

Cette fois, l'énergie électrique fournie par le générateur devient de l'énergie mécanique. Le même dispositif peut donc fonctionner soit comme générateur, soit comme moteur selon la manière dont il est alimenté.

15 Haut-parleur électrodynamique

Dans un haut-parleur, une bobine mobile est parcourue par un courant variable $i(t)$ et placée dans le champ magnétique d'un aimant permanent.

Pour une longueur active totale ℓ placée perpendiculairement au champ :

$$F(t) = B\ell i(t)$$

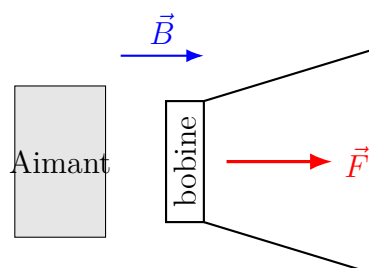


FIGURE 10 – Principe simplifié d'un haut-parleur électrodynamique.

Interprétation physique

Le courant électrique audio varie au rythme du signal sonore. La force de Laplace varie donc elle aussi et met la membrane en vibration. La puissance électrique est ainsi convertie en puissance mécanique, puis en puissance acoustique.

16 Bilan du chapitre

Résultat important

Flux :

$$\Phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Faraday :

$$e = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Auto-induction :

$$\Phi_{\text{propre}} = Li \quad \text{et} \quad e_L = -L \frac{di}{dt}$$

Mutuelle induction :

$$\Phi_{21} = Mi_1 \quad \Phi_{12} = Mi_2$$

Energie magnétique d'une bobine :

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2$$

Rails de Laplace générateurs :

$$e = BLv$$

Spire tournante :

$$e(t) = NBS\omega \sin(\omega t)$$

17 Exercices

Exercice 1 – Flux magnétique

Une spire plane de surface $S = 50 \text{ cm}^2$ est placée dans un champ uniforme $B = 0,20 \text{ T}$. La normale à la spire fait un angle $\theta = 60^\circ$ avec le champ.

1. Calculer le flux magnétique.
2. Que devient le flux si la spire tourne de façon que sa normale devienne parallèle à $\vec{B}$?

Exercice 2 – Loi de Faraday

Une bobine de $N = 200$ spires, de surface $S = 10 \text{ cm}^2$, est placée perpendiculairement à un champ uniforme qui passe linéairement de 0 à $0,50 \text{ T}$ en $0,10 \text{ s}$.

1. Calculer la variation du flux total.
2. Déterminer la f.é.m. induite.
3. Indiquer qualitativement le sens du courant induit.

Exercice 3 – Auto-induction

Une bobine d'inductance $L = 0,20 \text{ H}$ est parcourue par un courant qui passe de 0 à 3 A en 50 ms .

1. Calculer la f.é.m. d'auto-induction moyenne.
2. Calculer l'énergie magnétique finale stockée.

Exercice 4 – Mutuelle induction

Deux bobines ont une inductance mutuelle $M = 20 \text{ mH}$. Le courant dans la première varie suivant :

$$i_1(t) = 2t$$

avec i_1 en ampères et t en secondes.

1. Déterminer la f.é.m. induite dans la seconde.
2. Interpréter physiquement son signe.

Exercice 5 – Rails de Laplace

Une barre de longueur $L = 0,25 \text{ m}$ se déplace à la vitesse $v = 4 \text{ m s}^{-1}$ dans un champ $B = 0,80 \text{ T}$. Le circuit possède une résistance $R = 2 \Omega$.

1. Calculer la f.é.m. induite.
2. Calculer le courant.
3. Calculer la force de Laplace.
4. Vérifier le bilan de puissance.

Exercice 6 – Spire tournante

Une bobine de $N = 100$ spires et de surface $S = 20 \text{ cm}^2$ tourne à la vitesse angulaire $\omega = 100 \text{ rad s}^{-1}$ dans un champ $B = 0,50 \text{ T}$.

1. Lire le flux magnétique.
2. Déterminer la f.é.m. induite.
3. Calculer l'amplitude de la tension induite.

18 Corrigé des exercices

Corrigé de l'exercice 1

$$S = 50 \times 10^{-4} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ m}^2.$$

$$\Phi = BS \cos \theta.$$

Donc :

$$\Phi = 0,20 \times 5,0 \times 10^{-3} \times \cos 60^\circ = 5,0 \times 10^{-4} \text{ Wb}$$

Si la normale devient parallèle au champ :

$$\Phi_{\max} = BS = 1,0 \times 10^{-3} \text{ Wb}$$

Corrigé de l'exercice 2

$$S = 10 \text{ cm}^2 = 10^{-3} \text{ m}^2.$$

La variation du flux par spire est :

$$\Delta\Phi = S\Delta B = 10^{-3} \times 0,50 = 5,0 \times 10^{-4} \text{ Wb}.$$

Pour $N = 200$ spires :

$$N\Delta\Phi = 0,10 \text{ Wb}.$$

Donc :

$$|e| = \frac{0,10}{0,10} = 1,0 \text{ V}$$

Le courant induit crée un champ qui s'oppose à l'augmentation du flux.

Corrigé de l'exercice 3

$$\Delta t = 50 \text{ ms} = 0,050 \text{ s.}$$

$$e_L = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}.$$

Donc :

$$e_L = -0,20 \times \frac{3}{0,050} = -12 \text{ V}$$

L'énergie finale vaut :

$$E_m = \frac{1}{2} L i^2.$$

Ainsi :

$$E_m = \frac{1}{2} \times 0,20 \times 3^2 = 0,90 \text{ J}$$

Corrigé de l'exercice 4

$$M = 20 \text{ mH} = 2,0 \times 10^{-2} \text{ H.}$$

$$\frac{di_1}{dt} = 2 \text{ A s}^{-1}.$$

Donc :

$$e_2 = -M \frac{di_1}{dt}.$$

Ainsi :

$$e_2 = -2,0 \times 10^{-2} \times 2 = -4,0 \times 10^{-2} \text{ V}$$

Le signe négatif traduit la loi de Lenz : la tension induite tend à produire un effet opposé à la variation du flux qui l'a créée.

Corrigé de l'exercice 5

$$e = BLv.$$

Donc :

$$e = 0,80 \times 0,25 \times 4 = 0,80 \text{ V}$$

Le courant vaut :

$$i = \frac{e}{R} = \frac{0,80}{2} = 0,40 \text{ A}$$

La force de Laplace vaut :

$$F = iLB.$$

Donc :

$$F = 0,40 \times 0,25 \times 0,80 = 0,080 \text{ N}$$

Puissance mécanique :

$$P_{\text{mec}} = Fv = 0,080 \times 4 = 0,32 \text{ W}.$$

Puissance électrique :

$$P_{\text{elec}} = ei = 0,80 \times 0,40 = 0,32 \text{ W}.$$

Puissance Joule :

$$P_J = Ri^2 = 2 \times 0,40^2 = 0,32 \text{ W}.$$

Ainsi :

$$P_{\text{mec}} = P_{\text{elec}} = P_J = 0,32 \text{ W}$$

Corrigé de l'exercice 6

Le flux total est :

$$\Phi(t) = NBS \cos(\omega t).$$

Avec :

$$S = 20 \text{ cm}^2 = 2,0 \times 10^{-3} \text{ m}^2.$$

Donc :

$$\Phi(t) = 100 \times 0,50 \times 2,0 \times 10^{-3} \cos(100t).$$

Ainsi :

$$\Phi(t) = 0,10 \cos(100t) \text{ Wb}$$

La f.é.m. vaut :

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Donc :

$$e(t) = 10 \sin(100t) \text{ V}$$

L'amplitude est :

$$E_{\max} = 10 \text{ V}$$